FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA5701	Optimización no Lineal			
Nombre en Inglés				
Nonlinear Optimization				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	3	2	5
Requisitos			Carácter del Curso	
(MA3701 Optimización, MA3801 Análisis) / AUTOR			Obligatorio Especialidad	

Resultados de Aprendizaje
Este curso permitirá conocer y aplicar los fundamentos de la optimización de funciones de varias variables reales (en general, no lineales) sobre un dominio dado. Al final del curso, el alumno deberá conocer las propiedades y teoremas esenciales que permiten caracterizar la existencia y (eventualmente) unicidad de soluciones de un problema de minimización. Igualmente, el alumno deberá conocer y aplicar los algoritmos principales de minimización numérica (diferenciable), tanto para el caso sin restricciones como para el caso restringido por ecuaciones o inecuaciones.

Metodología Docente	Evaluación General
Clases de cátedra presenciales y clases auxiliares.	Sobre la base de 2 ó 3 controles y un examen. Pueden existir actividades complementarias, tales como ejercicios de modelamiento, programación de algoritmos, o uso de software adecuado para problemas de optimización.

Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Convexidad	3
2	Caracterización de soluciones	3
3	Dualidad Lagrangeana	3
4	Algoritmos	6
	TOTAL	15

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Convexidad	3
Contenidos	**Resultados de Aprendizajes de la Unidad**	**Referencias a la Bibliografía**
1.1 Conjuntos convexos, envoltura convexa: caracterización y propiedades. 1.2 Distancia de un punto a un convexo, proyecciones y teoremas de separación de convexos (incluyendo los teoremas de Farkas y similares). 1.3 Conos y conos polares (definición y principales propiedades). 1.4 Funciones convexas y sus caracterizaciones (caso diferenciable en particular). 1.5 Propiedades y caracterización de los mínimos de funciones convexas. 1.6 Propiedades de los conjuntos notables (epigrafo, conjunto de nivel, curva de nivel) 1.7 El concepto de sub-diferencial, su existencia y principales propiedades, así como su relación con el mínimo de una función convexa.	El estudiante debe conocer y usar con fluidez los conceptos de convexidad (todo en R^n) de conjuntos y funciones, así como su relación con la minimización de funciones de varias variables.	[3,5]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Caracterización de soluciones	3
Contenidos	**Resultados de Aprendizajes de la Unidad**	**Referencias a la Bibliografía**
2.1 Definición del problema de optimización restringida por ecuaciones e inecuaciones. 2.2 Conos: de descenso, de direcciones admisibles, de tangentes. Propiedades. 2.3 Caracterización de optimalidad en caso diferenciable. 2.3 Teorema de Fritz-John (demostración). 2.4 Teorema de Karush-Kuhn-Tucker	El estudiante debe ser capaz de reproducir las demostraciones más importantes concernientes a la caracterización de soluciones un problema de optimización diferenciable restringida, bajo diferentes tipos de hipótesis. Debe además ser capaz de utilizar esos principios para la resolución analítica de problemas de tamaño	[1,2,4]

(demostración, bajo hipótesis de independencia de los gradientes de restricciones activas). 2.5 Calificación de restricciones: hipótesis de Abadie y Slater (extender KKT para esos casos)	reducido.	

Número	Nombre de la Unidad		Duración en Semanas
3	Dualidad Lagrangeana		3
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
3.1 Definición de la función dual Lagrangeana y sus principales propiedades. 3.2 Definición del problema dual y sus propiedades 3.3 Convexidad, diferenciabilidad, sub-diferenciabilidad de la función dual. 3.4 Dualidad débil (demostración). 3.5 Dualidad fuerte (demostración y holgura complementaria). 3.6 Relación primal/dual entre no acotamiento/infactibilidad. 3.7 Punto silla: definición y caracterización. Relación punto silla/punto de KKT.		El alumno debe saber determinar el problema dual de un problema optimización en dimensión finita. Debe saber evaluar la función dual Lagrangeana y verificar sus propiedades. Debe reconocer cuándo son aplicables las propiedades de dualidad débil y fuerte (hipótesis). Debe saber caracterizar explícitamente esos objetos en los casos tradicionales (ej. Programación Lineal, Cuadrática, con variables entera/binarias).	[1,2,4]

Número	Nombre de la Unidad		Duración en Semanas
4	Algoritmos		6
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
4.1 Introducción a la convergencia de algoritmos (teorema de Zangwill), usando las nociones de aplicación multívoca cerrada. 4.2 Caso sin restricciones: repaso de los algoritmos del gradiente y de Newton (deducir la velocidad de convergencia de ambos, bajo ciertas hipótesis). 4.3 Algoritmos de tipo casi-Newton		El alumno debe saber reconocer cuándo y cómo utilizar un algoritmo específico (o sus variantes) de minimización de funciones de variables reales. Debe saber usar algún software (normalmente de libre disposición) para casos específicos de aplicación.	[1,3,4]

(direcciones conjugadas, DFP, BFGS). Indicar en algunos casos la velocidad de convergencia, a modo de comparación con Newton. 4.4 Método de penalización (demostrar la convergencia). 4.5 Método de barrera. 4.6 Método de direcciones admisibles (ver el caso de restricciones lineales, formulas explícitas) 4.7 Método del gradiente proyectado (ver el caso de restricciones lineales, formulas explícitas) 4.8 Programación cuadrática semi-definida positiva: probar que es equivalente a un problema complementario y mostrar (sin demostración) el algoritmo de Lemke (o pivote complementario).		

Bibliografía

1. J. Nocedal, S. Wright, Numerical optimization (Second edition). Springer Series in Operations Research and Financial Engineering. Springer, New York, 2006.
2. F. Bonnans, C. Gilbert, C. Lemaréchal, C. Sagastizábal, Numerical optimization. Theoretical and practical aspects (Second edition). Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2006.
3. J.-B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal, Fundamentals of convex analysis. Grundlehren Text Editions. Springer-Verlag, Berlin, 2001. x+259 pp.
4. S. Boyd, Stephen, L. Vandenberghe, Convex optimization. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
5. J. Borwein, A. S. Lewis, Adrian, Convex analysis and nonlinear optimization. Theory and examples (Second edition). CMS Books in Mathematics/Ouvrages de Mathématiques de la SMC, 3. Springer, New York, 2006.

Vigencia desde:	Otoño 2018
Revisado por:	Jaime Ortega (Jefe Docente)