PROGRAMA DE CURSO
ANÁLISIS

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM						
Nombre del curso	Análisis		Código	MA3801	Créditos	9	
Nombre del curso en inglés	*Analysis*						
Horas semanales	Docencia	4.5	Auxiliares	1.5	Trabajo personal	9.0	
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo			
Requisitos	MA2002: Cálculo avanzado y aplicaciones						

B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito que los y las estudiantes comprendan los elementos básicos de la topología de los espacios métricos, la topología general y los espacios de Banach.

Además, el curso formaliza y generaliza gran parte de los resultados vistos en los cursos matemáticos anteriores, necesitando un nivel de abstracción más alto, que permite rever muchos resultados ya conocidos, como ejemplos de los contenidos de este curso, permitiendo entender como generalizaciones y casos particulares conversan entre sí.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG):

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3:	Compromiso ético Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.
CG6:	Innovación Concebir ideas viables y novedosas que generen valor para resolver necesidades latentes, materializadas en productos, servicios o en mejoras a procesos dentro de un sistema u organización, considerando el contexto sociocultural y económico y los beneficios para el usuario.

C. Resultados de aprendizaje:

Competencias	Resultados de aprendizaje
CE1, CE2	RA1: Enuncia los axiomas, propiedades y teoremas del análisis matemático y reproduce los argumentos usados en sus demostraciones.
CE1, CE2, CG6	RA2: Construye una demostración para una afirmación dada acerca de los espacios métricos, basándose en la teoría desarrollada para estos, en especial validando las hipótesis de los teoremas usados, cuando la afirmación es verdadera, o elabora ejemplos que muestran que la afirmación es falsa.
CE1, CE2	RA3: Identifica las condiciones en las cuales los teoremas principales del análisis matemático se pueden interpretar como teoremas relevantes discutidos en cursos anteriores.
CG1	RA4: Argumenta por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.
CG3	RA5: Realiza las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA4 y RA5 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

D. Unidades temáticas:

Resumen de unidades temáticas

Unidad	Nombre de la unidad	Duración
1	Axioma de Elección, Cardinales, Ordinales	2
2	Espacios Métricos	3
3	Espacios Topológicos	4
4	Espacios de Banach	3
5	Tópicos avanzados de topología general	3
	TOTAL	15.0

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2, RA3	Axioma de Elección, Cardinales, Ordinales	2 semanas

Contenidos	Indicador de logro
1.1 Teoría de conjuntos. Relaciones de equivalencia y de orden, Principio de Inducción. Teorema Schröder- Bernstein. Cardinalidad. 1.2 Relación de orden. Buena ordenación. Axioma de elección, lema de Zorn, equivalencias. 1.3 Aritmética de Cardinales. Ordinales.	El/la estudiante: 1 Enuncia los resultados fundamentales de esta unidad. 2 Aplica los axiomas para determinar cuáles clases son conjuntos. 3 Determina la cardinalidad de conjuntos. 4 Aplica el Lema de Zorn para demostrar propiedades de ciertas estructuras matemáticas
Bibliografía de la unidad	[6], [15], [1], [3-7]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1, RA2, RA3	Espacios métricos	3 semanas

Contenidos	Indicador de logro
2.1 Definiciones y propiedades básicas. 2.2 Funciones continuas, isometrías y homeomorfismos, funciones Lipschitz. 2.3 Abiertos y cerrados en espacios métricos, interior y adherencia 2.4 Límites de sucesiones, densidad, completitud	El/la estudiante: 1. Verifica si una función define una métrica. 2. Determina si una función entre espacios métricos es continua o Lipschitz, y justifica con una demostración rigurosa. 3. Construye argumentos rigurosos, aplicando propiedades básicas de funciones continuas. demostraciones. 4. Determina si un conjunto es abierto, cerrado, e identifica su frontera, interior y adherencia. 5. Produce demostraciones de enunciados

	matemáticos generales involucrando los conceptos anteriores. 6. Justifica la convergencia de una sucesión en un espacio métrico dado. 7. Argumenta acerca de la (in)completitud de un espacio métrico dado.
Bibliografía de la unidad	[7-8], [10], [12], [14].

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1, RA2, RA3	Topología General	4 semana

Contenidos	Indicador de logro
3.1 Definición de topología, ejemplos básicos y bases de topologías. Definición de continuidad y homeomorfismo 3.2 Topología producto 3.3 Espacios conexos y conexos por caminos. 3.4 Compacidad y Teorema de Tychonoff 3.5 Axiomas de separación 3.6 Axiomas de numerabilidad espacios primer-contables, convergencia de sucesiones. 3.7 Topología cociente.	El/la estudiante: 1. Justifica con una demostración rigurosa, si ciertas funciones dadas entre espacios topológicos son continuas. 2. Aplica propiedades básicas de funciones continuas en demostraciones. 3. Produce una demostración que justifica que dos espacios dados son homeomorfos. 4. Verifica axiomas de separación y numerabilidad para topologías dadas. 5. Aplica resultados que conectan comportamiento de sucesiones con topología general. 6. Aplica la noción de cocientes de espacios.
Bibliografía de la unidad	[5],[9],[10],[12],[16].

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1, RA2, RA3	Espacios de Banach	3 semana

Contenidos	Indicador de logro
4.1 Teorema de Hahn-Banach (forma analítica y forma geométrica). Aplicaciones. 4.2 Espacios de Banach, espacios duales, espacios reflexivos, ejemplos. Aplicaciones del teorema de Baire: Principio de acotación uniforme (Banach-Steinhauss), Teorema de aplicación abierta, Teorema de grafo cerrado. 4.3 Topologías débiles, Teorema de Mazur, Teorema de Krein-Milman, Teorema de Alaoglou. Universalidad isométrica de l^{∞} y de C ([0,1]) de los espacios de Banach separables.	El/la estudiante: 1. Aplica el teorema de Hahn-Banach a problemas básicos de otras áreas de las matemáticas. 2. Justifica la dualidad entre dos espacios. 3. Diferencia las nociones de convergencia en espacios de funciones y demuestre rigurosamente si una sucesión dada converge en la topología adecuada. 4. Aplica los teoremas fundamentales de esta unidad en el estudio de espacios Hölder y de sucesiones, validando sus hipótesis.
Bibliografía de la unidad	[2],[4],[13].

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
5	RA1, RA2, RA3	Tópicos avanzados de topología general	3 semana

Contenidos	Indicador de logro
3.1. Topología inicial y final. Compacidad, propiedad Lindelöf. 3.2 Base de topología, espacios primer-contables, convergencia de sucesiones. Espacios 2ndo-contables. 3.3. Espacios localmente compactos y compactificación de Alexandroff. 3.4. Lema de Urysohn, teorema de extensión de Tietze, caracterización de cerrados, G_d. Particiones de unidad y embebimiento de variedades topológicas. 3.5. Teorema de metrización de Urysohn. Compactificación Stone-Cech. 3.6. Convergencia de redes y de filtros. Caracterización de compacidad mediante ultrafiltros.	El/la estudiante: 1. Enuncia correctamente las definiciones y teoremas relevantes. 2. Aplica la noción de particiones de la unidad. 3. Analiza topologías de orden y sus propiedades. 4. Argumenta acerca de la clase de homotopía de distintos espacios.

3.7. Compactificación Stone-Cech de N. 3.8. Topología de orden, compacidad numerable y compacidad secuencial. Contra-ejemplos. Lema de Fodor. Espacios Dieudonné-Morse y Tychonoff. 3.9. Homotopía. Grupo fundamental, espacios simplemente conexos. Espacios de recubrimiento, levantamiento de caminos. Cálculo del grupo fundamental. Teorema de Seifert-van Kampen.	
Bibliografía de la unidad	[2],[4],[13].

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

- Se realizarán clases presenciales lectivas.
- Se realizarán auxiliares.

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.

Según el reglamento de estudios de la FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

[1] Ash, R., Real Analysis and Probability, Academic Press, (1972).

[2] Brezis, H., Analyse Fonctionnelle. Théorie et Applications, Masson (1983).

[3] Choquet, G., Cours d'Analyse. Topologie, Masson (1964).

[4] Dieudonne, J., Fondaments de l'Analyse Moderne, Gauthiers-Villars, (1963).

[5] Dugundji, J., Topology, C. Brown (1966).

[6] Halmos, P., Measure Theory, Van Nostrand (1963).

[7] Hewitt, E. & Stromberg, K., Real and Abstract Analysis, Springer-Verlag (1965).

[8] Gelbaum, B. & Olmsted, J., Counterexamples in Analysis, Dover (1964).

[9] Kelley, J.L., General Topology, Van Nostrand (1955).

[10] Kolmogorov, A. & Fomin, S., Introductory Real Analysis, Prentice Hall (1970).

[11] Kosniowski, C., Topología Algebraica, Editorial Reverté, (1986).

[12] Munkres, J., Topology (2nd Edition), Prentice Hall, (2000).

[13] Rudin, W., Principles of Mathematical Analysis, McGraw Hill (1965).

[14] Rudin, W., Functional Analysis, McGraw Hill (1971).

[15] Simmons, G., Introduction to Topology and Modern Analysis, McGraw Hill (1963).

[16] Suppes, P., Axiomatic Set Theory, Dover, (1960).

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2024
Elaborado por:	Hanne Van Den Bosch
Validado por:	Jefe Docente (2024)