

## PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA6911	Seminario Avanzado I Introducción al Control Estocástico y Aplicaciones en Finanzas y Teoría de Juegos			
Nombre en Inglés				
Introduction to Stochastic Control and applications in Finance and Game Theory				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
	10	3		7
Requisitos			Carácter del Curso	
Cálculo Estocástico			Electivo de Carrera, Magister y Doctorado	
Resultados de Aprendizaje				
<p>El alumno sabrá plantear problemas de optimización de procesos estocásticos y distinguirlos de los problemas de control deterministas. El alumno aprenderá los principios de programación dinámica que le permitirán obtener las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman que caracterizan a la función valor del problema. El alumno conocerá problemas clásicos en finanzas y teoría de juegos, será capaz de estudiarlos y obtener conclusiones.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
Clases de cátedra teóricas durante la primera parte del curso. En la parte final, reuniones de discusión con cada alumno para resolver dudas acerca de su exposición final.	2 tareas durante la primera parte del curso, basadas en la materia vista en clases. Al final del curso cada alumno escogerá un artículo sencillo propuesto por el profesor y realizará una exposición frente a sus compañeros. Dependiendo del tamaño del curso, esta actividad podría realizarse en grupos. La nota final se calculará como 50% nota de tareas y 50% nota de exposición.

### Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Elementos de cálculo estocástico	1
2	Problemas de control estocástico	2
3	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	2
4	Soluciones viscosas de ecuaciones HJB	2
5	Ecuaciones diferenciales estocásticas retrógradas	2
6	Problemas de parada óptima	2
7	Introducción a matemáticas financieras y juegos diferenciales	2
8	Presentaciones de artículos estudiados	2
	<b>TOTAL</b>	<b>15.0</b>

### Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Elementos de cálculo estocástico	1
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Procesos estocásticos. 2. Integral estocástica. 3. Ecuaciones diferenciales estocásticas.	El estudiante: 1. Recuerda nociones básicas de cálculo estocástico e identifica los	3,4

	objetos de mayor uso en el presente curso.	
--	--------------------------------------------	--

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
2	Problemas de control estocástico	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Formulación estándar de problemas de control estocástico. 2. Ejemplos en finanzas. 3. Ejemplos en teoría de juegos.		El estudiante: 1. Reconoce y plantea problemas de optimización de procesos estocásticos. 2. Identifica cada componente de un problema de control estocástico. 3. Conoce los problemas clásicos de control en finanzas y teoría de juegos.	1,2

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
3	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Principio de programación dinámica débil.</li> <li>2. Programación dinámica en tiempo continuo. Función valor y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB).</li> <li>3. Teorema de verificación.</li> <li>4. Aplicaciones.</li> </ol>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Deriva la ecuación de HJB de un problema de control óptimo.</li> <li>2. Conoce como resolver y sintetizar un control óptimo mediante las ecuaciones de HJB.</li> <li>3. Aprende a verificar que una solución suave de la ecuación HJB corresponde con la función valor del problema.</li> <li>4. Aplica las nociones anteriores en problemas de finanzas y teoría de juegos.</li> </ol>	1,2
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
4	Soluciones viscosas de ecuaciones HJB	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definición de soluciones viscosas.</li> <li>2. Resultados de comparación y unicidad.</li> <li>3. Teorema de verificación.</li> </ol>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conoce la noción de solución viscosa de la ecuación de HJB.</li> <li>2. Aprende a verificar que una solución viscosa de la ecuación HJB corresponde con la función valor del problema.</li> </ol>	1,2

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
5	Ecuaciones diferenciales estocásticas retrógradas	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía

<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definición de una EDER.</li> <li>2. Resultados de existencia y unicidad.</li> <li>3. EDERs y control estocástico.</li> <li>4. Aplicaciones.</li> </ol>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conoce la noción de ecuación diferencial estocástica retrógrada (EDER).</li> <li>2. Conoce los resultados fundamentales de existencia y unicidad de EDERs.</li> <li>3. Aprende técnicas de caracterización de problemas de control estocástico mediante el uso de EDERs.</li> <li>4. Conoce ejemplos de lo anterior en Finanzas y Teoría de juegos.</li> </ol>	5,6
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	Problemas de parada óptima	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Problemas de parada óptima.</li> <li>2. Programación dinámica y ecuación HJB.</li> <li>3. Regularidad de la función valor.</li> <li>4. Aplicaciones.</li> </ol>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conoce los problemas de parada óptima.</li> <li>2. Deriva la ecuación de HJB asociada al problema de parada.</li> <li>3. Conoce cómo resolver y sintetizar un tiempo de parada óptimo mediante la ecuación de HJB.</li> <li>4. Aplica las nociones anteriores en problemas de finanzas y teoría de juegos.</li> </ol>	1,2

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
--------	---------------------	---------------------

7	Introducción a matemáticas financieras y juegos diferenciales	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Opciones en tiempo continuo.</li> <li>2. Modelo de Black-Scholes.</li> <li>3. Juegos diferenciales de suma cero.</li> </ol>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Adquiere nociones de derivados financieros y opciones.</li> <li>2. Conoce el modelo de Black-Scholes en tiempo continuo.</li> <li>3. Conoce distintas formulaciones de juegos diferenciales de suma cero, como control-control, control-estrategia y controles feedback.</li> </ol>	7,8

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
8	Presentaciones de artículos estudiados	2
Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Presentación de artículo</li> </ol>	<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lee y comprende un artículo sencillo, para luego presentarlo en clases.</li> </ol>	-

**Bibliografía**

- [1] Pham, Huyên. Continuous-time stochastic control and optimization with financial applications. Vol. 61. Springer Science & Business Media, 2009. <https://www.springer.com/gp/book/9783540894995>
- [2] Touzi, Nizar. Optimal stochastic control, stochastic target problems, and backward SDE. Vol. 29. Springer Science & Business Media, 2012. <https://www.springer.com/gp/book/9781461442851>
- [3] Jacod, Jean, Shiryaev, Albert N. Limit Theorems for Stochastic Processes. Springer, 2003. <https://www.springer.com/gp/book/9783540439325>
- [4] Karatzas, Ioannis, Shreve, Steven. Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer, 1998. <https://www.springer.com/gp/book/9780387976556>
- [5] El Karoui, Nicole and Mazliak. Backward Stochastic Differential Equations. CRC Press, 1997.
- [6] El Karoui, Nicole, Shige Peng, and Marie Claire Quenez. "Backward stochastic differential equations in finance." *Mathematical finance* 7, no. 1 (1997): 1-71.
- [7] Cvitanić, Jakša, and Fernando Zapatero. Introduction to the economics and mathematics of financial markets. MIT press, 2004.
- [8] Possamaï, Dylan, Nizar Touzi, and Jianfeng Zhang. "Zero-sum path-dependent stochastic differential games in weak formulation." *Annals of Applied Probability* 30, no. 3 (2020): 1415-1457.

Vigencia desde:	Otoño 2021
Elaborado por:	Nicolás Hernández (2020)
Revisado por:	Jefe Docente – José Soto