

**PROGRAMA DE CURSO
INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA**

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	Ingeniería Matemática					
Nombre del curso	Introducción al Álgebra					
Nombre del curso en inglés	<i>Introduction to Algebra</i>					
Código del curso	MA1101		Créditos	6		
Horas semanales	Docencia	3,0	Auxiliares	2,0	Trabajo personal	5,0
Carácter del curso	Obligatorio	x		Electivo	0	
Requisitos	Sin requisitos					

B. Propósito del curso:

El curso Introducción al Álgebra tiene como propósito desarrollar la habilidad de abstracción y de razonamiento lógico del estudiante, familiarizándolo con el lenguaje matemático básico de forma que lo comprenda y lo utilice para formular, escribir y demostrar proposiciones matemáticas simples, obteniendo, de esta forma, herramientas fundamentales para los cursos de ciencias e ingeniería posteriores.

Asimismo, el curso brinda las herramientas necesarias para que el estudiante utilice técnicas de demostración como la inducción, demostraciones directas e indirectas, demostraciones por casos, y demostraciones por reducción al absurdo.

Para entender el lenguaje matemático básico el estudiante debe ser capaz de comprender la lógica simbólica, el álgebra de conjuntos, las nociones de función y relación, conceptos básicos de conteo y estructuras algebraicas, adquiriendo soltura en la manipulación y operación de proposiciones, cuantificadores, conjuntos, sumatorias, números complejos y polinomios.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE) y genéricas (CG) del Plan Común:

CE3: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, logrando identificar hipótesis, conclusiones, tautologías e inconsistencias, para comprender y desarrollar argumentaciones lógicas.

CE4: Desarrollar la abstracción matemática, es decir, reconocer, separar, jerarquizar y analizar información relevante para utilizarla en la resolución matemática de problemas y plantear problemas de diferentes áreas en situaciones simples.

CG1: Comunicación Académica y Profesional

Leer de forma comprensiva y analítica diferentes tipos de textos pertinentes para su formación en el nivel. Asimismo, expresar de manera eficaz, clara, precisa e informada sus ideas basadas en evidencia, opiniones e indagaciones, en situaciones formales, tanto en modalidad oral como escrita.

En el curso esta competencia será evaluada de modo general cuyo detalle se describe en el apartado de "Estrategia de Evaluación" y no en base a resultados de aprendizaje.

C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas		Resultados de aprendizaje
CE3–CE4– CG1	RA1:	Demuestra propiedades matemáticas, utilizando el lenguaje de la lógica proposicional y la lógica simbólica, a fin de desarrollar argumentos matemáticos, justificando correctamente.
CE3–CE4	RA2:	Realiza demostraciones utilizando inducción, demostraciones directas, indirectas, por casos y/o reducción al absurdo, a fin de desarrollar la capacidad de abstracción y argumentaciones lógicas.
CE3–CE4	RA3:	Determina, demuestra y concluye en un problema que se le presenta, las propiedades de relaciones y funciones para evidenciar su comprensión sobre los conceptos de relación y de función.
CE3–CE4	RA4:	Realiza demostraciones y operaciones sobre estructuras y subestructuras algebraicas, a fin de lograr comprender las estructuras de grupos, anillos y cuerpos, llegando a manejar conceptos fundamentales y propiedades de polinomios y números complejos.
CE3–CE4	RA5:	Justifica la cardinalidad de un conjunto apoyándose en su argumentación en la cardinalidad conocida de otros conjuntos, llegando a categorizar conjuntos finitos, numerables o infinitos no numerables.

D. Unidades temáticas:

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2	Lógica y demostraciones	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
1.1. Nociones básicas: 1.1.1. Proposiciones lógicas, valor de verdad, conectivos y tablas de verdad. 1.2. Tautologías, álgebra proposicional y cuantificadores. 1.3. Lógica simbólica y sus propiedades. 1.4. Principio de inducción. 1.5. Inducción fuerte. 1.6. Recurrencias.		El estudiante: 1. Lee y comprende sentencias escritas en lenguaje lógico proposicional. 2. Opera con el álgebra proposicional. 3. Realiza demostraciones, utilizando la lógica simbólica y sus reglas. 4. Comprende el principio de inducción. 5. Demuestra propiedades utilizando el principio de inducción. 6. Calcula fórmulas generales para una recurrencia, por ejemplo: progresiones geométricas, aritméticas, números factoriales o números de Fibonacci.	
Bibliografía de la unidad		[1] Lógica e inducción (semana 1 y semana 2). [2] Capítulo 1.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1, RA2, RA5	Conjuntos	1,5 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
2.1. Conjunto. 2.1.1. Conjunto de referencia. 2.1.2. Conjunto vacío. 2.1.3. Igualdad de conjuntos. 2.1.4. Inclusión de conjuntos. 2.2. Álgebra de conjuntos: 2.2.1. Unión, intersección, diferencia y diferencia simétrica de conjunto. 2.2.2. Propiedades. 2.2.3. Complemento de un conjunto. 2.3. Pares ordenados y producto cartesiano de conjuntos. 2.4. Conjunto potencia, partición de conjuntos. 2.5. Cuantificadores y conjuntos.		El estudiante: 1. Comprende las definiciones de conjunto y sus operaciones. 2. Demuestra las propiedades del álgebra de conjuntos. 3. Calcula las partes de un conjunto. 4. Demuestra propiedades de las partes de un conjunto y productos finitos de conjuntos. 5. Utiliza correctamente los cuantificadores en el contexto de la teoría de conjuntos.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semana 3 y 4. [2] Capítulo 1 Seccs. 1.2 y 1.3; Capítulo 3 Seccs. 3.1 y 3.2.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1, RA2, RA3	Funciones	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Definición de función. 3.1.1 Dominio y codominio. 3.1.2 Igualdad de funciones. 3.2. Funciones: 3.2.1. Inyectivas, epiyectivas y biyectivas. 3.2.2. Función inversa. 3.3. Composición de funciones. 3.4. Conjuntos imagen y pre-imagen de una función.		El estudiante: 1. Comprende el concepto de función. 2. Opera con funciones, reconociendo sus propiedades. 3. Calcula imágenes y pre-imágenes. 4. Calcula inversas. 5. Calcula composición de funciones. 6. Demuestra propiedades de funciones relativas a la inyectividad, epiyectividad, biyectividad, composiciones, inversas, imágenes y pre-imágenes.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semana 4, 5 y 6. [2] Capítulo 4.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1,RA2,RA3	Relaciones	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
4.1. Definición y propiedades generales de las relaciones. 4.2. Relaciones de 4.2.1 equivalencia 4.2.2 orden parcial, 4.2.3 orden total, 4.2.4 congruencia. 4.3. Conjunto cociente. 4.4. Teorema de la división entera.		El estudiante: 1. Reconoce distintos tipos de relaciones, tales como: orden, de equivalencia y congruencia. 2. Demuestra propiedades de las relaciones de orden y de equivalencia. 3. Reconoce y opera con las clases de equivalencia. 4. Reconoce el conjunto cociente y la partición definida por una relación de equivalencia. 5. Reconoce las clases de equivalencia y cocientes asociados a una relación. 6. Comprende el teorema de división entera y opera con las clases de equivalencia definidas por restos de la división.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semanas 6 y 7. [2] Capítulo 3 Seccs. 3.3 a 3.6 y 3.8 a 3.9	



Número	RA al que tributa	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	RA1, RA2, RA5	Sumatorias	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
5.1. Definición inductiva de sumatorias 5.1.1 propiedades generales ejemplo: sumas telescópicas e intercambio de sumas dobles. 5.1.2 fórmulas particulares ejemplos: sumas de los primeros n naturales, sus cuadrados, cubos, suma geométrica. 5.2. Sumatorias generales. 5.3. Sumatoria con conjunto de índices. 5.4. Sumatorias dobles.		El estudiante: 1. Demuestra propiedades por medio del principio de inducción en sus formas más usuales. 2. Demuestra propiedades de sumatorias. 3. Calcula sumatorias basándose en sumas conocidas y/u otras técnicas.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semanas 7 y 8. [2] Capítulo 5.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
6	RA1, RA2, RA3, RA5	Conjuntos finitos e infinitos	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
<p>6.1. Conjuntos finitos.</p> <p>6.1.1. Definición de cardinal de un conjunto.</p> <p>6.1.2. Uniones de conjuntos y su cardinalidad.</p> <p>6.1.3. Uso de funciones entre conjuntos para comparar cardinalidades.</p> <p>6.1.4. Cardinalidad de productos cartesianos.</p> <p>6.1.5. Cardinalidad de conjuntos de funciones.</p> <p>6.2. Coeficientes binomiales:</p> <p>6.2.1. interpretación combinatorial</p> <p>6.2.2. Relación con el Triángulo de Pascal.</p> <p>6.3. Teorema del binomio de Newton</p> <p>6.3.1. sumatorias relacionadas.</p> <p>6.4. Conjunto infinito.</p> <p>6.4.1 Definición.</p> <p>6.4.2 Conjuntos numerables</p> <p>6.4.3 Uniones</p> <p>6.4.4 diferencia de conjuntos.</p> <p>6.4.5 Producto de conjuntos.</p> <p>6.4.6 Unión numerable de conjuntos numerables.</p> <p>6.5 Conjuntos no numerables.</p> <p>6.5.1 Cardinalidad del conjunto potencia.</p>		<p>El estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Establece relaciones entre cardinales de diferentes conjuntos. 2. Utiliza funciones entre los conjuntos para establecer la comparación. 3. Comprende las propiedades de los conjuntos de cardinalidad finita e infinita. 4. Comprende los coeficientes binomiales y su relación con la cardinalidad de subconjuntos. 5. Utiliza el binomio de Newton en aplicaciones. 6. Comprende la noción de cardinalidad infinita, numerable y no numerable. 7. Demuestra numerabilidad de un conjunto. 	
Bibliografía de la unidad		<p>[1] Semanas 8, 9 y 10.</p> <p>[2] Capítulo 4.</p>	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
7	RA1, RA2, RA3, RA4, RA5	Estructuras Algebraicas	2,5 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
7.1. Estructuras algebraicas. 7.1.1 Definiciones generales. 7.1.2 Propiedades básicas. 7.1.3 Nomenclatura de las propiedades definidas para las operaciones, leyes de composición. 7.2. Estructura de Z_n , aritmética modular. 7.3. Homomorfismos, isomorfismos, epimorfismos, monomorfismos. 7.4. Construcción de estructuras algebraicas. 7.5. Estructura de grupos. 7.6. Homomorfismos de grupo. 7.7. Subgrupos, teorema de Lagrange. Caracterización de subgrupos. 7.8. Estructura de anillos. 7.9. Homomorfismos de anillos. Divisores de cero. Dominios de integridad. 7.10. Estructura de cuerpo.		El estudiante: 1. Comprende y manipula las nociones elementales y propiedades de estructuras algebraicas y sus morfismos. 2. Comprende y demuestra conceptos básicos de la teoría de grupos, anillos y cuerpos. 3. Demuestra propiedades de estructuras y subestructuras. 4. Construye estructuras algebraicas simples, a partir de un conjunto y una operación. 5. Caracteriza subestructuras y sus posibles cardinalidades utilizando el teorema de Lagrange. 6. Reconoce los divisores de cero en la estructura de anillo, comprendiendo las diferencias entre la estructura de anillo y de cuerpo. 7. Maneja las propiedades de dominio de integridad y cuerpos.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semanas 10, 11 y 12. [2] Capítulo 5.	



Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
8	RA1, RA2, RA3, RA4	Números complejos	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
8.1. Construcción de los números complejos. 8.1.1 Forma cartesiana y polar de los números complejos. 8.1.2 Módulo y conjugado de un número complejo. 8.1.3 Propiedades. 8.2. Interpretación geométrica del producto. 8.3. Raíces de un complejo. 8.4. Raíz enésima de la unidad.		El estudiante: <ol style="list-style-type: none">1. Manipula expresiones con números complejos representados tanto en su forma cartesiana como polar.2. Demuestra las propiedades fundamentales de los complejos (tanto para sumas, multiplicaciones, potencias, raíces, conjugados y módulos), en su forma cartesiana y/o polar.3. Calcula las raíces de un número complejo, en particular las raíces enésimas de la unidad.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semanas 13. [2] Capítulo 6.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
9	RA1, RA2, RA4	Polinomios	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
9.1. Definición de polinomios con coeficientes en un cuerpo. 9.1.1. Igualdad de polinomios. 9.1.2. Anillo de polinomios. 9.1.3. Grado de un polinomio. 9.1.4. Anillo de división. 9.1.5. Algoritmo de división. 9.2. Raíces y factorización de polinomios. 9.2.1 Teorema del resto. 9.2.2 Teorema fundamental del álgebra. Factorización en R y C. 9.2.3 Raíces de polinomios con coeficientes enteros.		El estudiante: 1. Demuestra propiedades algebraicas de los polinomios con coeficientes reales y complejos. 2. Divide polinomios, utilizando el algoritmo de división. 3. Calcula raíces de polinomios. 4. Factoriza completamente un polinomio, comprendiendo la diferencia de su factorización en el cuerpo de los números reales y de los números complejos.	
Bibliografía de la unidad		[1] Semanas 14 y 15. [2] Capítulo 6.	

E. Estrategias de enseñanza:

La estrategia de enseñanza utilizada es principalmente expositiva con participación activa de los estudiantes; la participación va desde responder preguntas teóricas realizadas por el docente hasta preguntas prácticas durante la resolución de ejercicios. Además, se utiliza como actividad en clases la resolución de problemas, que dependiendo del semestre y el profesor se realizan en la clase de cátedra, en las auxiliares o en el trabajo que se le plantea a los estudiantes.

Para el logro del aprendizaje, el estudiante contará con apuntes del Departamento, los que incluyen teoría, ejercicios y problemas. A esto se le suman distintos materiales de apoyo entregado por la Escuela y el Departamento, como material bibliográfico, material audiovisual, tutorías y apoyo en el estudio, entre otros.

El curso contempla cinco horas de trabajo autónomo semanal.

F. Estrategias de evaluación:

El curso tiene distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 6 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará siempre los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas (como ejemplo, entre 1 y 5%).

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

[1] Introducción al Álgebra. Tutorías y guías del curso.

1 era versión Ivan Rapaport y David Gómez (año 2005).

2 da versión Marcos Kiwi, Martín Matamala y Leonardo Sánchez (año 2016)

Edición de Ivan Rapaport con coordinación de Marcos Kiwi, colaboración en la composición Sebastián Pérez y apoyo administrativo de Natacha Astromujoff. FCFM, U. de Chile.

[2] Goles, Eric (1993) "Álgebra", Editorial Dolmen.

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2020
Elaborado por:	Pablo Dartnell, actualizado por Natacha Astromujoff y Daniel Remenik
Validado por:	Daniel Remenik
Revisado por:	Área de Gestión Curricular, SGD.