

## PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA6010	Introducción a los Sistemas Dinámicos y la Teoría Ergódica			
Nombre en Inglés				
Introduction to Dynamical Systems and Ergodic Theory				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
9	15	4,5	1,5	9
Requisitos			Carácter del Curso	
MA3802,MA4801,AUTOR			Electivo Doctorado	
Resultados de Aprendizaje				
<p>-- Se espera que al término de este curso el alumno conozca las herramientas básicas de análisis, ejemplos básicos y resultados clásicos de Teoría Ergódica, Sistemas Dinámicos Topológicos, Sistemas Simbólicos, Sistemas Dinámicos Complejos, Sistemas Dinámicos Diferenciables y Sistemas unidimensionales.</p> <p>-- Se espera que al final del curso el alumno tenga los elementos necesarios para leer la literatura reciente en sistemas dinámicos y teoría ergódica.</p>				

Metodología Docente	Evaluación General
<ol style="list-style-type: none"> <li>35 Clases expositivas del profesor.</li> <li>10 clases destinadas a exposiciones de los alumnos de artículos científicos recientes en el área.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Dos controles y un examen</li> <li>Una nota por la exposición e informe asociado</li> </ol>

## Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
1	Ejemplos Básicos de Sistemas Dinámicos	1	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
<ol style="list-style-type: none"> <li>Noción de Sistema Dinámico</li> <li>Rotaciones del círculo</li> <li>Shifts y Subshifts: substitutivos y de Markov</li> <li>Funciones Cuadráticas</li> <li>Intercambios de intervalos</li> <li>Transformación de Gauss</li> <li>Automorfismos hiperbólicos del toro</li> </ol>		<p>El alumno conocerá ejemplos básicos de la teoría de sistemas dinámicos y la teoría ergódica junto con las preguntas más relevantes en cada uno de ellos. Esto servirá de motivación a los teoremas de las secciones siguientes</p>	[2],[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
2	Elementos de Teoría Ergódica	4	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Sistemas dinámicos abstractos: definición, conceptos de conjugación y disyunción. 2. Teoremas de recurrencia: Poincaré simple y fuerte, recurrencia múltiple. Aplicaciones en aproximaciones diofantinas. 3. Teoremas ergódicos: Weyl, Von Neumann, Birkhoff. 4. Ergodicidad, débil mezcla y mezcla; teoría espectral del operador de Koopman. 5. Entropía de Shannon: definiciones y propiedades básicas, Teorema de Shannon-Mac-Millan-Breiman, entropía como invariante, tribu de Pinsker		En esta unidad el estudiante quedará capacitado para entender la problemática básica de la Teoría Ergódica, es decir, como entender propiedades de recurrencia en un sistema dinámico y aplica estos resultados en teoría de números. Además entenderá el principal invariante de conjugación de sistemas dinámicos abstractos: la entropía.	[4],[7],[8],[9]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
3	Elementos de Dinámica Topológica	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Sistemas dinámicos en espacios métricos compactos: propiedades básicas, conjugación y disyunción topológica, existencia de medidas invariantes (Teorema de Bogoliuov). 2. Propiedades de transitividad, minimalidad, mezcla débil y mezcla. Teorema espectral. 3. Sistemas únicamente ergódicos y recurrencia uniforme. 4. Noción de equicontinuidad, proximalidad y distalidad. Teorema de representación de Furstenberg. 5. Entropía topológica. Principio Variacional.		El estudiante estará capacitado para estudiar sistemas dinámicos abstractos provenientes de transformaciones continuas en un espacio métrico compacto. Además conocerá el principal invariante de conjugación: la entropía.	[1],[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
4	Elementos de Dinámica Simbólica	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Noción de subshift y ejemplos básicos. 2. Subshifts minimales de Cantor y diagramas de Bratteli-Vershik. 3. Subshifts de tipo finito y sóficos. 4. Teorema del código de estado finito.		El estudiante conocerá los principales sistemas simbólicos estudiados y se demostrará en estos sistemas como la entropía puede ser usada para construir códigos de estado finito.	[3],[6]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
	Elementos de Dinámica Hiperbólica	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Sistemas hiperbólicos: variedades estables e inestables. 2. Noción de "Horseshoe". 3. Difeomorfismos de Anosov y particiones de Markov.		El estudiante conocerá los sistemas hiperbólicos más simples y los elementos de estudio, como son las particiones de Markov asociadas y las codificaciones simbólicas.	[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
	Elementos de Dinámica de Baja Dimensión	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Homomorfismos y difeomorfismos del círculo: números de rotación, Teorema de Denjoy y Teorema de Sharkovsky.		El estudiante conocerá los dos Teoremas básicos de clasificación de dinámicas del círculo.	[4]

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas	
	Elementos de Dinámica Compleja	2	
Contenidos		Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
1. Dinámica de funciones racionales en la esfera de Riemann: principales propiedades dinámicas y ejemplos. 2. Conjuntos de Julia y de Fatou.		El alumno entenderá las nociones de conjunto de Julia y Fatou en dinámica compleja además de las principales herramientas de análisis.	[4]

### Bibliografía

1. M. Denker, C. Grillenberger, K. Sigmund, Ergodic Theory on Compact Spaces, Lecture Notes in Mathematics 527, 1976.
2. A. Katok, B. Hasselblatt, Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems, Cambridge University Press, 1995.
3. B. Kitchens, Symbolic Dynamics, Universitext, Springer, 1998.
4. M. Brin, G. Stuck, Introduction to Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2002.
5. H. Furstenberg, Recurrence in Ergodic Theory and Combinatorial Number Theory, Princeton University Press, 1981.
6. D. Lind, B. Marcus, An Introduction to Symbolic Dynamics and Coding, Cambridge University Press 1995.
7. W. Parry, Topics in Ergodic Theory, Cambridge Tracts in Mathematics 75, Cambridge University Press, 1981.
8. K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge University Press, 1989.
9. P. Walters, An Introduction to Ergodic Theory, Graduate Texts in Mathematics 79, Springer Verlag.

Vigencia desde:	Otoño 2010
Elaborado por:	Alejandro Maass