FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

PROGRAMA DE CURSO

Código	Nombre			
MA5306	Problemas Inversos y de Control de EDP			
Nombre en Inglés				
Inverse Problems and PDE Control				
SCT	Unidades Docentes	Horas de Cátedra	Horas Docencia Auxiliar	Horas de Trabajo Personal
6	10	3	2	5
Requisitos			Carácter del Curso	
MA4601 Ecuaciones en Derivadas Parciales			Electivo de especialidad	

Resultados de Aprendizaje

El alumno conoce la teoría de problemas Inversos y de controlabilidad de ecuaciones en derivadas parciales, las que tienen como base común las desigualdades de Carleman. El alumno conoce aspectos fundamentales de problemas inversos y de controlabilidad en ecuaciones elípticas (el problema de Calderón, controlabildad sobre curvas), ecuaciones hiperbólicas (problemas inversos y de controlabilidad para la ecuación de ondas, incluyendo el método de los multiplicadores) y en ecuaciones parabólicas (problemas inversos y de controlabilidad para la ecuación del calor) y en otros modelos (ecuación de Schrödinger, fluidos, elasticidad). Además, el alumno conoce resultados básicos de existencia, unicidad y regularidad para la ecuación de ondas y del calor en un dominio acotado y algunos aspectos básicos sobre la resolución numérica de los problemas inversos y de control vía minimización a través de aplicaciones prácticas.

Metodología Docente	Evaluación General
Cátedras presenciales. Clases auxiliares.	Examen final: exposición de un paper en el tema de problemas inversos y de control de EDP, lo que puede incluir simulaciones numéricas. Evaluaciones parciales: trabajos de investigación en temas escogidos.

Resumen de Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	**Introducción a los problemas inversos: el problema de Calderón**	**3**
2	**Introducción a la controlabilidad de EDP: controlabilidad sobre una curva**	**2**
3	**Problemas inversos y de control ecuación de ondas**	**3**
4	**Problemas inversos y de control ecuación del calor**	**3**
5	**Problemas inversos y de control ecuación de Schrödinger**	**2**
6	**Métodos numéricos en problemas inversos y de control EDP**	**2**
	TOTAL	**15.0**

El capítulo 2 se puede de manera optativa omitir para dar más espacio a los 2 siguientes. Se puede reemplazar el contenido del capítulo 5 por otros modelos en fluidos, elasticidad, semiconductores, etc. o se puede reemplazar esta unidad por asistencia a seminarios específicos relacionados con los temas tratados en el curso.

Unidades Temáticas

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
1	Introducción a los problemas inversos. El problema de Calderón	3

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Introducción y conceptos básicos: problemas inversos. El problema de Calderón: 1.1 Unicidad: en torno a conductividades constantes, caso general en dimensión 3, Teorema de Sylvester-Uhlmann. 1.2 Estabilidad y relación con desigualdades de Carleman.	El alumno conoce los conceptos básicos y los problemas tipo de problemas inversos en EDP. El alumno maneja los conceptos del problema inverso más emblemático: el problema de Calderón, tanto en el estudio de su unicidad como estabilidad.	Uhlmann, Kavian, Salo, Kirsch

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
2	Controlabilidad aproximada sobre una curva	2

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Introducción y conceptos básicos: problemas de control de EDP. Controlabilidad sobre una curva: 2.1 Controlabilidad exacta o aproximada? 2.2 Dualidad	El alumno conoce los conceptos básicos y los problemas tipo de controlabilidad de EDP. El alumno conoce y maneja los conceptos de un problema de controlabilidad simple y distingue entre controlabilidad exacta y aproximada en dimensión infinita.	Lions, Puel

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
3	Problemas inversos y de Control ecuación de ondas	3

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Ecuación de ondas: 3.1 Resultados básicos de existencia, unicidad y regularidad. 3.2 Método de los multiplicadores	El alumno maneja el concepto de controlabilidad exacta de la ecuación de ondas, las desigualdades de	Lions, Puel, Imanuvilov, Guerrero,

3.3 Regularidad escondida 3.4 Controlabilidad y observabilidad. Método HUM. 3.5 Desigualdades de Carleman para la ecuación de ondas. 3.6 Problema inverso de recuperación de velocidad.	observabilidad, el método de los multiplicadores y el método HUM. El alumno maneja los conceptos de problemas inversos para la ecuación de ondas a través de las desigualdades de Carleman, tanto en la recuperación de condiciones iniciales, fuentes y velocidad.	Bardos-Lebeau-Rauch

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
4	Problemas inversos y de control ecuación del calor	3

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Ecuación del calor: 4.1 Resultados básicos de existencia, unicidad y regularidad. 4.2 Desigualdades de Carleman para la ecuación del calor. 4.3 Controlabilidad exacta a trayectorias. 4.4 Problema inverso de recuperación de la condición inicial. 4.5 Problema inverso de recuperación de fuentes.	El alumno maneja los conceptos de controlabilidad aproximada y controlabilidad exacta a las trayectorias, las desigualdades de Carleman y los problemas inversos asociados a la ecuación del calor, en particular para la recuperación de condiciones iniciales y de fuentes. El alumno establece relaciones entre los problemas de control e inversos en EDP.	Puel, Imanuvilov, Guerrero, Klibanov

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
5	Problemas inversos y de control Ecuación de Schroedinger u otros modelos (fluidos, elasticidad)	3

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Ecuación de Schroedinger: 5.1 Resultados básicos de existencia, unicidad y regularidad. Regularidad escondida. 5.2 Estimaciones de Carleman para la ecuación de Schroedinger. 5.3 Problema inverso de potencial para la ecuación de Schroedinger.	El alumno conoce otros modelos matemáticos donde surgen problemas inversos y de controlabilidad importantes en algún ámbito de aplicación relevante: elasticidad, fluidos, electrónica, medicina, etc.	Puel, Guerrero, Imanuvilov, Isakov

Número	Nombre de la Unidad	Duración en Semanas
6	Métodos numéricos	3

Contenidos	Resultados de Aprendizajes de la Unidad	Referencias a la Bibliografía
Ejemplo 1: controlabilidad sobre una curva. Ejemplo 2: controlabilidad de la ecuación de ondas. Ejemplo 3: problema inverso de recuperación de fuentes en sísmica: ecuación Eikonal. Ejemplo 4: problema inverso de recuperación de fuentes usando controlabilidad: ecuación del calor. Ejemplo 5: recuperación de fuentes en meteorología.	A través de varios ejemplos, el alumno aprende los métodos numéricos básicos para la resolución de problemas inversos y de controlabilidad de EDP, aprende los conceptos de regularización y manejo de errores a priori y background.	Kaltenbacher, Tarantola, Kalnay

Bibliografía

- A. Kirsch. An introduction to the mathematical theory of inverse problems. Springer, New-York, 1996.
- J.-P. Puel. Global Carleman inequalities for the wave equations and applications to controllability and inverse problems, Cours Udine, Brazil, .
- V. Isakov, Inverse Problems for Partial Differential Equations, Second Edition, Applied Mathematical Sciences 127, Springer, New-York, 2006.
- M. Klibanov, A. Timonov, Carleman estimates for coefficient inverse problems and numerical applications, Walter de Gruyter, 2004, 282 p.
- C. Bardos, G: Lebeau, J. Rauch, Sharp sufficient condictions for the observation, control and stabilization of waves from the boundary, SIAM J. Control and Optimisation, 30, 1992, 1024-1065.
- J. Sylvester and G. Uhlmann, A global uniqueness theorem for an inverse boundary value problem, Ann. Of Math. 125 (1987), 153-169.
- G. Uhlmann, Developments in inverse problems since Calderón's foundational paper.
- J. Feldman and Gunther Uhlmann, Inverse Problems, book partially available online in: www.math.ubc.ca/~feldman/ibook
- A. Fursikov, O. Imanuvilov, Controllability of evolution equations, Lecture Notes Series 34, RIM-GARC, Seoul National University, 1996.
- S. Guerrero, Introduction to the controllability of PDE, Lecture Notes, PASI-CIPPDE 2012, Santiago, Chile, 2012, 59 p. Available: http://pasicippde.cmm.uchile.cl/Courses
- J.-L. Lions, Contôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués, Tome 1, Masson, Paris, Collection recherches en Mathématiques Appliquées num. 8, 1988, 548 p.
- M. Salo, Calderón Problem, Lecture Notes, Spring 2008. Department of Mathematics and Statistics University of Helsinki. Available online in: http://www.rni.helsinki.fi/~msa/
- O. Kavian. Four lectures on parameter identification in elliptic partial differential operators, Lectures at the University of Sevilla, Spain, 2002.
- T. Carleman, Sur un problème d'unicité pour les systèmes d'équations aux derivées

partielles à deux variables independentes, Ark. Mat. Astr. Fys., Vol 2B, 1939, pp 1-9.

- B. Kaltenbacher, A. Neubauer, O. Scherzer, Iterative regularization methods for nonlinear ill-posed problems, Walter de Gruyter, Berlin, New-York, 2008.
- A. Tarantola, Inverse problem theory and methods for model parameter estimation, SIAM, Philadelphia, 2005, 344 p. Available online: http://www.ipgp.fr/~tarantola
- E. Kalnay, Atmospheric modeling, data assimilation and predictability, Cambridge University Press, Cambridge, 2003.

Vigencia desde:	2012
Elaborado por:	Axel Osses
Revisado por:	