

**MA 120 INTRODUCCION AL CALCULO**

(12 U.D.)

**Distribución horaria**

- 4.5 hrs. clase
- 4.0 hrs. ejercicios
- 3.5 hrs. trab. personal

**REQUISITOS:** No tiene**DESCRIPCION DEL CURSO:**

Es el primero de cuatro cursos de la línea del Cálculo, obligatorio para todos los alumnos de la Facultad y que lo deben cursar el 1er. Semestre del Plan Común. Se supone que los estudiantes conocen los contenidos de los cursos de Matemáticas de la Enseñanza Media, sin embargo, algunos de ellos son tratados de nuevo con mayor profundidad.

Después de introducir axiomáticamente los números reales se estudian los conceptos de Geometría Analítica Plana de uso más frecuente en Cálculo de funciones de una variable real y a continuación se analizan diversos aspectos (gráficos y algebraicos) de dichas funciones. Los temas de Cálculo propiamente tal correspondientes a los aspectos topológicos de los números reales, límite de una sucesión y de una función y el concepto de continuidad completan los contenidos del curso.

**OBJETIVOS GENERALES:**

- 1) Estudiar gráfica y analíticamente una función real
- 2) Utilizar funciones de una variable real para plantear y resolver problemas, es decir, como modelos matemáticos de situaciones-problema diversos.

**OBJETIVOS ESPECIFICOS:**

- 1.- Números Reales: Aspectos Algebraicos.
  - 1.1. Demostrar propiedades aritméticas de los números reales utilizando de manera rigurosa, conforme a las reglas de la lógica proposicional bivalente, los axiomas de cuerpo.
  - 1.2. Resolver inecuaciones de primer o segundo grado o reductibles a éstas, utilizando los axiomas de orden y la noción de intervalo.
  - 1.3. Dado un subconjunto de  $\mathbb{R}$  reconocer la existencia de supremo, ínfimo, máximo y mínimo.

- 2.- Geometría Analítica en el Plano: Rectas y Cónicas.
  - 2.1. Resolver problemas de geometría utilizando las nociones de ecuación analítica de una recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares, pendiente de una recta, distancia entre dos puntos y distancia entre un punto y una recta.
  - 2.2. Dada una cónica en forma canónica, clasificarla y calcular su excentricidad, focos, directrices y asíntotas.
  - 2.3. Resolver problemas de geometría plana utilizando las propiedades geométricas que caracterizan a las diferentes secciones cónicas.
  
- 3.- Funciones de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$ .
  - 3.1. Analizar una función de variable real para decidir, respecto de: su dominio, paridad, periodicidad, monotonía, convexidad, extremos relativos (sin que deba recurrirse a la derivabilidad), carácter inyectivo, sobreyectivo o biyectivo, fórmula de la función inversa, si procede.
  - 3.2. Esbozar una parte del gráfico de una función a partir de la información que proporciona el análisis anterior.
  - 3.3. Deducir propiedades de la suma, producto y composición de dos funciones a partir de las propiedades que tengan las funciones dadas.
  - 3.4. Demostrar identidades trigonométricas.
  - 3.5. Resolver ecuaciones trigonométricas.
  - 3.6. Resolver problemas de trigonometría que involucren identidades trigonométricas, teoremas del Coseno y de los Senos y aplicaciones del Capítulo 2 sobre Geometría Analítica Plana: Rectas y Cónicas.
  
- 4.- Números Reales: Aspectos topológicos.
  - 4.1. Demostrar consecuencias inmediatas del Axioma del Supremo.
  - 4.2. Calcular el límite de una sucesión convergente.
  - 4.3. Demostrar propiedades de una sucesión a partir de hipótesis relativas a ella en lo que se refiere a acotamiento, convergencia, carácter de Cauchy, existencia de subsucesiones con características especiales, etc.
  - 4.4. Aplicar los Teoremas de los intervalos encajados y Bolzano-Weierstrass a la demostración de consecuencias inmediatas de los mismos.
  - 4.5. Dado un subconjunto de números reales, determinar su interior, su frontera, su adherencia, el conjunto de los puntos de acumulación del mismo y deducir si es abierto o si es cerrado.
  - 4.6. Resolver problemas de álgebra que involucren las propiedades algebraicas de las funciones polinomiales, exponenciales o logarítmicas.
  - 4.7. Demostrar corolarios inmediatos del Teorema del Punto Fijo de Banach.
  - 4.8. Determinar si una función dada es contractante calculando una constante de Lipschitz o proporcionando un contraejemplo en caso negativo.
  - 4.9. Resolver numéricamente ecuaciones en una incógnita real por el Método de las Aproximaciones sucesivas con error controlado.

- 5.- Funciones Continuas.
  - 5.1. Calcular el límite o los límites laterales de una función de variable real, en un punto de acumulación de su dominio de definición.
  - 5.2. Analizar una función desde la perspectiva de la continuidad en puntos o en subconjuntos de su dominio.
  - 5.3. Aplicar el método de bisección o dicotomía para aproximar raíces de funciones continuas.
  - 5.4. Calcular asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

## CONTENIDOS:

- |   | Estimación del Número de Horas. |
|---|---------------------------------|
| 1.- Números Reales: Aspectos algebraicos  | 9 hrs.                          |
| 1.1. Los axiomas de cuerpo. Propiedades aritméticas.  |                                 |
| 1.2. Los axiomas de orden. Intervalos. Inecuaciones.  |                                 |
| 1.3. Máximos, mínimos, supremos e ínfimos.  |                                 |
| 2.- Geometría Analítica Elemental en el Plano: Rectas y Cónicas.  | 9 hrs.                          |
| 2.1. Distancia en $\mathbb{R}^2$ y Teorema de Pitágoras.  |                                 |
| 2.2. Rectas, paralelismo y perpendicularidad.   |                                 |
| 2.3. Circunferencia, Elipse, Hipérbola y Parábola, en forma canónica y centrada. Excentricidad, foco y directriz.   |                                 |
| 3.- Funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ .   | 16.5 hrs.                       |
| 3.1. Dominio, recorrido, gráfico.   |                                 |
| 3.2. Paridad, monotonía, periodicidad, acotamiento, convexidad, inyectividad, invertibilidad y función inversa.   |                                 |
| 3.3. Suma, producto y composición.  |                                 |
| 3.4. Ejemplos: Función nula, identidad, polinomial, módulo, parte entera.   |                                 |
| 3.5. Funciones seno, coseno, tangente. Gráficos. Identidades trigonométricas. Teoremas del Coseno y de los Senos. Funciones trigonométricas inversas. Resolución de ecuaciones trigonométricas. |                                 |
| 4.- Números Reales: Aspectos topológicos.   | 18 hrs.                         |
| 4.1. Axioma del Supremo. Función raíz enésima.  |                                 |
| 4.2. Teorema de los intervalos encajados de Cantor.   |                                 |
| 4.3. Noción de sucesión y subsucesión.  |                                 |
| 4.4. Sucesiones acotadas, monótonas, convergentes.  |                                 |
| 4.5. Número $e$ . Función exponencial y función logaritmo natural.  |                                 |
| 4.6. Teorema de Bolzano-Weierstrass.  |                                 |
| 4.7. Sucesiones de Cauchy. Completitud de $\mathbb{R}$ .  |                                 |
| 4.8. Adherencia de un conjunto. Conjuntos cerrados. Puntos de acumulación.  |                                 |
| 4.9. Interior de un conjunto. Conjuntos abiertos. Frontera de un conjunto.  |                                 |

4.10. Contracciones. Teorema del Punto Fijo. Aplicación de las aproximaciones sucesivas a la resolución de ecuaciones algebraicas.

5.- Funciones Continuas. 15 hrs.

5.1. Límite, límites laterales.

5.2. Continuidad en un punto y sobre un conjunto.

5.3. Propiedades de las funciones continuas sobre intervalos compactos.

5.4. Continuidad uniforme

5.5. Asíntotas verticales

5.6. Asíntotas oblicuas y horizontales.

### **ACTIVIDADES:**

- Clases de cátedra: expositivas.
- Clases Auxiliares: con participación activa de los alumnos distribuidos, si es necesario, en grupos de tamaño reducido.

Los estudiantes y profesores auxiliares dispondrán de una Guía Oficial de ejercicios editada por el Departamento para facilitar el aprendizaje de las conductas señaladas en los objetivos específicos

**Evaluación:** Se realizarán tres controles y eventualmente, algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

### **BIBLIOGRAFIA:**

- [1] HAASER, LA SALLE y SULLIVAN  
Introducción al Análisis, (Vol.I), Trillas, 1972.
- [2] APOSTOL  
Cálculo (Vol. I), Reverté, 1965.
- [3] AHUES,M., LEVET,L. y otros  
Apuntes MA 120 Introducción al Cálculo, Departamento de Matemáticas, F.C.F.M., 1984.
- [4] KITCHEN  
Calculus of one variable, Addison Wesley, 1968.