

MA 111 ALGEBRA

(12 U.D)

Distribución horaria

- 4.5 hrs. clases
- 3.0 hrs. ejercicios
- 2.5 hrs. trab. personal

REQUISITOS: No tiene**DESCRIPCION DEL CURSO:**

Es el primer curso de la línea del Algebra que, junto con MA 120 Introducción al Cálculo deben cursar en el 1er. Semestre los alumnos que ingresan a la Facultad.

El concepto unificador del programa es el de estructura algebraica y comprende hasta la estructura de espacio vectorial. Las nociones de lógica y conjunto se establecen al comienzo del curso con el propósito de introducir las convenciones de notación y lenguaje necesarias en todo curso de matemáticas.

OBJETIVOS GENERALES:

- 1.- Utilizar, con estricta sujeción a la lógica bivalente, el lenguaje para caracterizar situaciones de toda índole, especialmente, situaciones matemáticas.
- 2.- Reconocer las propiedades y aplicaciones que tienen en la construcción de modelos matemáticos, las estructuras algebraicas más fundamentales: grupos, anillos, cuerpos y espacios vectoriales.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- 1.- Nociones de lógica y conjuntos.
 - 1.1. Aplicar las reglas de la lógica bivalente en el uso del lenguaje matemático.
 - 1.2. Utilizar las operaciones y relaciones entre conjuntos para caracterizar situaciones de aplicación y resolver problemas de conteo.
- 2.- Relaciones y funciones.
 - 2.1. Determinar el número cardinal de un producto cartesiano de dos o más conjuntos finitos.
 - 2.2. Reconocer propiedades de una relación binaria a partir de sus representaciones como gráfica cartesiana, matriz de 0 y 1 y grafos dirigidos.
 - 2.3. Describir la partición de un conjunto inducida por una relación de equivalencia.

- 2.4. Determinar si un conjunto es parcial o totalmente ordenado y reconocer si constituye un reticulado.
 - 2.5. Reconocer si una función es proyección, inyectiva o biyectiva y en este último caso determinar su inversa.
 - 2.6. Utilizar la noción de función para determinar de cuántas maneras puede extraerse una muestra de elementos de un conjunto finito.
 - 2.7. Reconocer si un conjunto es numerable.
- 3.- Números naturales e inducción.
- 3.1. Demostrar proposiciones por inducción.
 - 3.2. Reconocer el carácter de recurrencia en una definición o construcción de un elemento y hacer uso de ello para demostrar propiedades atingentes.
- 4.- Leyes de composición y noción de estructura algebraica.
- 4.1. Determinar si una correspondencia dada corresponde o no a una ley de composición binaria interna.
 - 4.2. Dada una función o aplicación entre los conjuntos subyacentes de dos estructuras homólogas (con igual número de leyes de composición) reconocer si es un isomorfismo.
- 5.- Grupos.
- 5.1. Reconocer una estructura de grupo y determinar subgrupos de ella.
 - 5.2. Determinar si dos grupos dados son isomorfos.
 - 5.3. Construir la partición de un grupo finito correspondiente a las clases laterales definidas por un subgrupo de él.
- 6.- Anillos y cuerpos.
- 6.1. Reconocer cuando una estructura dada formada por un conjunto y dos leyes de composición interna corresponde a un anillo o a un dominio de integridad o a un cuerpo.
 - 6.2. Demostrar propiedades y resolver problemas que involucren las nociones de divisibilidad, números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo en los números enteros.
 - 6.3. Usar el teorema del resto para detectar las raíces de un polinomio y obtener su factorización en polinomios irreducibles.
 - 6.4. Calcular las raíces n ésimas de un número complejo dado.
- 7.- Espacios vectoriales n ésimas de un número complejo dado.
- 7.1. Reconocer la estructura de espacio vectorial.
 - 7.2. Determinar si un conjunto finito de vectores es o no linealmente dependiente.
 - 7.3. Establecer si la suma de dos subespacios dados es directa.
 - 7.4. Determinar una base y la dimensión de espacios y subespacios vectoriales.

CONTENIDOS:

- 1.- Nociones de Lógica y Conjuntos. (Repaso) 6 hrs.
 - 1.1. Propositiones, negación, conjunción, disyunción y equivalencia lógica. Esquema de demostración usuales. Tautología y tablas de verdad.
 - 1.2. Conjuntos, operaciones de unión, intersección diferencia y complemento. Inclusión y conjunto de las partes. Cardinal de un conjunto finito. Cuantificadores.

- 2.- Relaciones y Funciones. 15 hrs.
 - 2.1. Pares ordenados y n -tuplos. Producto cartesiano. Por ejemplo, cardinal de $\{0, 1\}$.
 - 2.2. Relaciones binarias. Representaciones por: gráficos cartesianos, matrices de 0 y 1, grafos orientados. Propiedades de simetría, antisimetría, reflexividad, transitividad.
 - 2.3. Relaciones de equivalencia. Partición de clases de equivalencia. Las clases residuales módulo n .
 - 2.4. Relaciones de orden. Conjuntos total y parcialmente ordenados. Elementos maximales y minimales. Noción de reticulado Ejs.: Reticulado de $\{1, 0\}^n$ y de $P(A)$ con la inclusión.
 - 2.5. Funciones. Dominio, recorrido, funciones epiyectivas, inyectivas, composiciones de funciones. Función identidad y función inversa. Restricción y extensión de una función.
 - 2.6. Número de funciones entre conjuntos de $n!$ como número de biyecciones entre dos conjuntos de n elementos. Número de funciones inyectivas de un conjunto en otro. $\binom{n}{k}$ como número de funciones inyectivas de un conjunto k elementos en un conjunto con n elementos ($n \geq k$) con recorridos diferentes.
 - 2.7. Cardinal de un conjunto. Cardinal del conjunto de las partes por biyección con $\{0, 1\}^n$. Conjuntos numerables. Numerabilidad de \mathcal{Q} . Demostración diagonal de Cantor para la no numerabilidad de \mathcal{R} .

- 3.- Números Naturales e Inducción. 9 hrs.
 - 3.1. Axioma de inducción y principios del elemento mínimo. Demostraciones por inducción. Aplicación a la generalización de propiedades como, por ejemplo, leyes de De Morgan.
 - 3.2. Definiciones por recurrencia: triángulo de Pascal, sumatorias, productos, teorema del binomio.

- 4.- Leyes de composición y noción de estructura algebraica. 3 hrs.
 - 4.1. Leyes de composición binaria interna, tablas de doble entrada, noción general de estructura. Ejemplos.

- 4.2. Morfismos. Epimorfismos, monomorfismos, isomorfismos, endomorfismos y automorfismos. Ejemplos.
- 5.- Grupos. 9 hrs.
- 5.1. Definición. Grupos abelianos. Subgrupos. Subgrupo generado por un elemento. Grupos cíclicos.
- 5.2. Grupo de perturbaciones. Grupos de simetrías de la figura. Ejemplos de isomorfismos de grupos. Teorema de Cayley.
- 5.3. Grupos finitos. Orden de un grupo. Cosetos o factores derechos. Teorema de Lagrange.
- 6.- Anillos y Cuerpos. 13.5 hrs.
- 6.1. Definición de anillo. Divisores de cero. Dominio de integridad. Cuerpos.
- 6.2. El anillo de los enteros. Divisibilidad. Algoritmo de la división y de Euclides. Factorización en números primos.
- 6.3. Anillo de los polinomios sobre un cuerpo. Similitud entre propiedades de enteros y polinomios respecto a divisibilidad y factorización. Raíces de un polinomio. Teorema del resto.
- 6.4. El cuerpo de los números complejos. Complejos conjugados. Módulo y argumento. Forma polar y exponencial. Fórmula de Moivre. Cálculo de la raíces n -ésimas de un complejo. Raíces complejas de un polinomio real. Teorema fundamental del Algebra.
- 7.- Espacios Vectoriales. 12 hrs.
- 7.1. Leyes de composición externa. Definición de Espacio vectorial. Ejemplos: \mathbb{R}^n , polinomios, funciones, matrices.
- 7.2. Subespacios. Combinaciones lineales. Subespacio generado. Dependencia e independencia lineal.
- 7.3. Suma de subespacios. Sumas directas.
- 7.4. Bases y dimensión. Isomorfismo de espacios vectoriales. de dimensión finita.

ACTIVIDADES:

- Clases de cátedra: Expositivas.
- Clases Auxiliares: Con participación activa de los alumnos distribuidos -si es necesario- en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía Oficial de Ejercicios.

EVALUACION:

- Habrá tres controles y, eventualmente, algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

BIBLIOGRAFIA:

- [1] ENGEL, Eduardo, Apuntes de MA-111 Algebra Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- [2] LENTIN y RIVAUD, Algebra Moderna, Aguilar.
- [3] GENTILE, E., Estructuras Algebraicas, Vol.I y II, OEA Monografías No.3, No.2, 1971.