

MA-56B ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

(12 U.D.)

DISTRIBUCION HORARIA

- 5,0 hrs. de clases
- 2,0 hrs. de ejercicios
- 5,0 hrs. de trabajo personal

REQUISITOS. MA-46A Métodos Matemáticos para la Física o MA 46B Ecuaciones de la Física Matemática y MA 48D Análisis Funcional.

OBJETIVOS: Presentar los elementos introductorios a la teoría moderna de las ecuaciones en derivadas parciales, y de sus aplicaciones en Física, y otras ciencias de la Ingeniería. Se pondrá un énfasis especial en las ecuaciones elípticas de segundo orden, y en las ecuaciones de evolución en espacios de Banach.

PROGRAMA.

1. Introducción a la Mecánica de los Medios Continuos.

- 1.1 Fórmulas de Green y Teorema del Transporte.
- 1.2 Principio de Conservación de la masa. Deducción de la Ecuación de Laplace haciendo uso de este principio en un caso simple.
- 1.3 Teoría general de los esfuerzos de Cauchy y Principio Fundamental de la Dinámica o de Conservación del Momentum. Deducción de la ecuación de ondas. Teorema de Boltzman-Cauchy.
- 1.4 Principio de Conservación de la Energía o Principio Fundamental de la Termodinámica. Deducción de la ecuación del calor.
- 1.5 Estudio particular de algunas leyes constitutivas. Se podrán ver, por ejemplo, las ecuaciones de la térmica, o de la elasticidad lineal, o de la mecánica de fluidos (Stokes y Navier-Stokes), o de la dinámica de gases,... etc,etc.

2. Los Espacios de Sobolev.

- 2.1 Breve resumen (repaso del curso de Métodos Matemáticos de la Física) sobre Teoría de Distribuciones.
- 2.2 Definición y propiedades básicas del espacio $H^1(\Omega)$.
- 2.3 El Teorema de Trazas en $H^1(\Omega)$: resultados de densidad en $H^1(\Omega)$, Operadores de prolongación, y aplicaciones.

- 2.4 El Teorema de Rellich o de Compacidad, y aplicaciones.
- 2.5 Los espacios de Sobolev $H^m(\Omega)$, $m \geq 1$. Definiciones y propiedades básicas.
- 2.6 Los espacios de Sobolev $W^{m,p}(\Omega)$, $m \geq 1, 1 \leq p \leq +\infty$.
- 2.7 Teoremas de inmersión de Sobolev y de Sobolev-Kondrasov.

3. **Formulación Variacional de Problemas Elípticos con Valores en la Frontera.**

- 3.1 Ejemplos de motivación: Problemas de Dirichlet y Neumann para el operador de Laplace.
- 3.2 Problemas variacionales abstractos: Teorema de Stampacchia y Lema de Lax-Milgram (repaso del curso de Análisis II).
- 3.3 Formulación variacional de los problemas elípticos de orden 2.
- 3.4 Formulación variacional del problema espectral asociado.
- 3.5 Formulación variacional de los sistemas de Elasticidad Lineal y de Stokes.

4. **Ecuaciones de Evolución Lineales.**

- 4.1 Introducción a la teoría de semigrupos lineales: Definición y propiedades básicas de los operadores monótonos maximales, Teorema de Hille-Yosida, e inverso.
- 4.2 Estudio de la ecuación no-homogenea: $(\frac{du}{dt}) + Au = f$, $u(0) = u_o$. Existencia y unicidad de una solución débil.
- 4.3 Resultados de regularidad respecto de u_o .
- 4.4 Estudio particular del caso en que A es autoadjunto.

BIBLIOGRAFIA

- Adams, R., Sobolev Spaces, Academic Press (1975).
- Barbu, B., Nonlinear Semigroups and Differential Equations in Banach Spaces, Editura Academiei (1966).
- Brezis, H., Analyse Fonctionnelle, Masson (1983).
- Courant, R. & Hilbert, D., Methods of Mathematical Physics, (2 tomos), Interscience (1962).
- Dunford, N. & Schwartz, J.T., Linear Operators (3 tomos), Interscience (1958).
- Garabedian, P., Partial Differential Equations, Wiley (1964).
- Gilbarg, D. & Trudinger, N.S., Elliptic partial differential equations of second order, Springer-Verlag (1977).
- Hewitt, E. & Stromberg, K., Real and Abstract Analysis, Springer-Verlag (1965).
- Hormander, L., Linear Partial Differential Operators, (5 tomos), Springer-Verlag (1963-1986).
- Kato, T., Perturbation Theory for Linear Operators, Springer-Verlag (1976).
- Lions, J.l. & Magenes, E., Problèmes aux Limites non Homogènes et Applications, Vol. 1& 2, Dunod (1968).
- Miranda, C., Partial Differential Equations of Elliptic Type, Springer-Verlag (1970).

- Necas, J., Les Méthodes Directes en Théorie des équations Elliptiques, Editura Academiei (1967).
- Rudin, W., (1) Functional Analysis, Mc Graw-Hill (1973)
(2) Real and Complex Analysis, Mc Graw-Hill (1974).
- Schwartz, L., (1) Théorie des Distributions, Hermann (1966).
(2) Méthode Mathématiques pour les Sciences Physiques, Hermann (1965).
- Sobolev, S.L., Partial Differential Equations of Mathematical Physics, Addison Wesley (1964) (traducido del ruso).
- Stampacchia, G., Equations Elliptiques du Second Ordre a coefficients Discontinues, Presses de l'Université de Montreal (1966).
- Weinberger, H.F., Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales, Editorial Reverté (1970) (traducido del inglés).
- Yosida, K., Functional Analysis, Springer-Verlag (1981).