#### MA-48C MEDIDA E INTEGRACION

(12 U.D.)

## DISTRIBUCION HORARIA

5.0 hrs. de clases

2.0 hrs. de ejercicios

5.0 hrs. de trabajo personal

REQUISITOS. MA-38B Análisis, FI 33A, FI 35A

#### **OBJETIVOS:**

Introducir los elementos básicos de la teoría de la medida e integración: medida, integral, teorema de convergencia, espacios  $L^p$  e integración en espacios topológicos.

#### PROGRAMA.

## 1. Espacios de medida.

- 1.1. Construcción de una medida.
- 1.2. Teorema de Caratheodory.
- 1.3. Medida de Lebesgue, propiedades.
- 1.4. Medida de Lebesgue-Stieltjes.

## 2. Funciones integrales.

- 2.1. Funciones medibles.
- 2.2. Aproximación por funciones simples.
- 2.3. Definición de integral: simples, positivas, medibles.
- 2.4. Teorema de convergencia monótona.
- 2.5. Lema de Fatou.
- 2.6. Teorema de convergencia dominada de Lebesgue.
- 2.7. Teorema de Egoroff.
- 2.8. Teorema de Lusin.

## 3. Medida Producto.

- 3.1. Teorema de Tonelli.
- 3.2. Teorema de Fubini.
- 3.3. Teorema de Kolmogorov.

## 4. Teorema de Radon-Nykodin.

- 4.1. Medida con signo.
- 4.2. Descomposición de Hahn-Jondan.
- 4.3. Teorema de Radon-Nykodin.
- 4.4. Descomposición de Lebesgue.
- 4.5. Esperanzas condicionales. Propiedades.

# 5. Integración en espacios topológicos.

- 5.1. Preliminares Topológicos. Espacios Localmente Compactos. Teorema de Urysohn. Particiones de la Unidad.
- 5.2. Medida de Radon.
- 5.3. Teorema de representación de Riesz.
- 5.4. Regularidad de medidas.
- 5.5. Medidas en espacios Polacos.

## 6. Espacios $L^p$ .

- 6.1.  $L^p$  es Banach.
- 6.2.  $L^2$  es Hilbert.
- 6.3. Dual de  $L^p$ .
- 6.4. Separabilidad y reflexivilidad de  $L^p$ .
- 6.5. Uniforme integrabilidad.
- 6.6. Criterio de Compacidad en  $L^p$ .

## 7. Integración en $\mathbb{R}^n$ .

- 7.1. Funciones de variación acotadas.
- 7.2. Funciones absolutamente continuas.
- 7.3. Diferenciación bajo el signo integral.
- 7.4. Cambios de variables en  $\mathbb{R}^n$ .
- 7.5. Convolución y regularización.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- A. Friedmann. "Foundations of Modern Analysis".
- Royden. "Real Analysis".
- Hewitt- Stromberg. "Real and Abstract Analysis".
- Halmos. "Measure Theory".
- Rudin, W. "Real and Complex Analysis".
- Marle Ch. "Mésure et Probabilité".