

## PROGRAMA DE CURSO

### MATEMÁTICAS APLICADAS A LA GEOCIENCIA

#### A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	Geofísica (DGF)					
Nombre del curso	Matemáticas aplicadas a la geociencia		Código	GF4005	Créditos	6
Nombre del curso en inglés	<i>Mathematics Applied to Geosciences</i>					
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	1,5	Trabajo personal	5,5
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA2002: Cálculo Avanzado y Aplicaciones					

#### B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito entregar a los y las estudiantes las bases teóricas, con énfasis en la aplicación, de los métodos matemáticos de la física-matemática para que el y la estudiante resuelvan ecuaciones a derivadas parciales, sujetas a condiciones de borde e iniciales, utilizando el contexto de la geofísica lo que le permite enfrentarse a problemas simples y complejos de la disciplina, proponiendo soluciones viables.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE) y genéricas (CG):

CE1: Modelar cuantitativamente procesos geofísicos tales como terremotos, dispersión de contaminantes en la atmósfera y cambio climático, mediante modelos físico-matemáticos.

CE5: Interpretar los modelos obtenidos con el fin de ubicar y cuantificar las amenazas geofísicas y la disponibilidad de los recursos naturales.

CG3: Compromiso ético

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

### C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE5	RA1: Resuelve integrales de contorno en el plano complejo, definiendo la curva de integración y sus restricciones, con el fin de obtener soluciones pertinentes de ecuaciones parciales, en el contexto de los métodos de la física matemática.
CE1, CE5	RA2: Utiliza métodos de la física matemática en la resolución de ecuaciones a derivadas parciales sujetas a condiciones de borde e iniciales, a fin de encontrar soluciones analíticas a procesos geofísicos gobernados por diversas ecuaciones de la física matemática.
	RA3: Utiliza las funciones especiales, deduciendo sus propiedades, en diversos problemas y aplicaciones en el campo de la física matemática.
Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG3	RA4: Elabora tareas y ejercicios, evidenciando honradez y un compromiso auténtico con su aprendizaje y con las actividades académicas que son parte de sus responsabilidades.

#### D. Unidades temáticas:

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1	Variable compleja e integración en el plano complejo	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
1.1. Clasificación de singularidades (e.g. algebraicas, esenciales, polos, puntos de ramificación) de funciones de una variable compleja. 1.2. Definición de funciones uniformes y multiformes. Definición de las superficies y hojas de Riemann. 1.3. Integración en el plano complejo de funciones univaluadas y multivaluadas, que presenten polos, ramificación y cortes. Lemas de Jordan.		El/la estudiante: 1. Resuelve problemas, considerando la clasificación de singularidades y funciones de variable compleja del tipo uniformes y multiformes. 2. Identifica las singularidades en el plano complejo de la función a integrar. 3. Define el contorno de integración y líneas de corte en el plano complejo.	
Bibliografía de la unidad		Ref [1], [5] y [7].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA2, RA3, RA4	Espacio de Funciones y Elementos de la Teoría Distribuciones	3 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
2.1. Espacios vectoriales de dimensión infinita (Hilbert). Definición de producto interno escalar, norma. Definición de un espacio orthonormal completo de funciones. Expansión de una función en una base orthonormal completa de funciones. 2.2. Ejemplos de espacios completos, tales como polinomios ortogonales clásicos, series de Fourier. Definición de la fórmula generalizada de Rodríguez. 2.3. Elementos de la Teoría de Distribuciones y definición de Funcional. Espacio de Schwartz. Definición y propiedades de la Delta de Dirac. Concepto de la función de Green de un sistema lineal.		El/la estudiante: 1. Resuelve problemas en el ámbito de la física matemática, utilizando las definiciones de un espacio de funciones. 2. Utiliza la definición y propiedades de la Delta de Dirac en problemas aplicados de la física matemática. 3. Deduce propiedades de la Delta de Dirac, considerando las nociones de la teoría de distribuciones y la definición de funcional y de distribuciones temperadas. 4. Trabaja con honradez para cumplir con sus actividades (ejercicios y tareas), respetando los compromisos y acuerdos adquiridos.	
Bibliografía de la unidad		Ref [1], y [6].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA2, RA4	Métodos de Transformaciones Integrales para resolver ecuaciones a derivadas parciales	4 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Transformada de Fourier en n dimensiones. Teorema de reciprocidad para la transformación de Fourier directa e inversa. Definición de las transformadas seno y coseno. Definición de la Transformada de Hankel. 3.2. Transformada de Laplace directa e inversa. 3.3. Resolución de la Trasformada de Laplace inversa, calculando la integral de inversión de Mellin en el plano complejo. 3.4. Transformada de Fourier y Laplace de Distribuciones.		El/la estudiante: 1. Calcula las transformadas de Fourier directa e inversa en el espacio de n-dimensiones. 2. Aplica la transformada de Laplace y resuelve su transformación inversa, usando tablas e integrando en el plano complejo (Integral de Inversión de Mellin). 3. Utiliza métodos de transformaciones integrales (e.g. Fourier, Laplace, Laplace-Fourier) en la resolución de problemas geofísicos en que intervienen ecuaciones a derivadas parciales sujetas a condiciones de borde e iniciales. 4. Planifica y presenta sus trabajos, basándose en sus capacidades, sin incurrir en plagio o copia.	
Bibliografía de la unidad		Ref [1], [3], y [5].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA2	Ecuaciones a derivadas parciales	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
4.1. Clasificación formal de las ecuaciones a derivadas parciales que aparecen en física matemática. 4.2. Clasificación de las condiciones de borde de ecuaciones a derivadas parciales, y ejemplos que aparecen en distintos problemas de la geofísica. 4.3. Definición de la función de Green. 4.4. Ejemplos de resolución de algunos problemas geofísicos, tales como, la ecuación bi-armónica inhomogénea que gobierna		El/la estudiante: 1. Clasifica las distintas ecuaciones a derivadas parciales que aparecen en la física aplicada. 2. Reconoce y clasifica las distintas condiciones de borde (Dirichlet, Neumann y Cauchy) que intervienen en problemas aplicados de la física matemática. 3. Resuelve problemas donde intervienen las ecuaciones con derivadas parciales (elípticas, parabólica, hiperbólicas). 4. Utiliza la transformada conjunta de Fourier-Laplace para resolver ecuaciones a derivadas parciales con aplicación a problemas geofísicos.	

la flexura de una placa elástica. Resolución de la ecuación de ondas en 2D, 3D, homogénea e inhomogénea. Ecuación de Laplace, 2D, 3D. Ecuación de difusión, 2D, 3D. Resolución de la ecuación de agua poco profunda.	
Bibliografía de la unidad	Ref [1], [2], [3], [4] y [5].

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
5	RA3	Funciones Especiales	4 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
5.1. Resolución de la Ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas por el método de separación de variables. 5.2. Ecuación diferencial de Bessel. Solución de la ecuación en serie de potencias. Funciones de Bessel cilíndricas y esféricas, de 1era y 2da especie. Funciones de Bessel cilíndricas y esféricas modificadas. Funciones de Hankel cilíndricas y esféricas de 1er y 2do tipo. 5.3. Propiedades de las funciones de Bessel cilíndricas y esféricas. Formas integrales, relaciones de recurrencia, función generatriz, formas asintóticas. 5.4. Resolución de la ecuación de Helmholtz en coordenadas esféricas por el método de separación de variables. 5.5. Ecuación diferencial de Legendre. Solución de la ecuación de Legendre en serie de potencias. Funciones asociadas de Legendre, polinomios de Legendre. Formas integrales, relaciones de recurrencia, función generatriz, formas asintóticas.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>Resuelve por el método de separación de variables (en coordenadas cilíndricas y esféricas) ecuaciones a derivadas parciales de la física-matemática (Ecuación de Laplace, de Helmholtz, de Ondas).</li> <li>Identifica las ecuaciones diferenciales ordinarias a coeficientes no constantes que aparecen en problemas de la física matemática (e.g. Bessel cilíndrica, Bessel esférica, ecuación de Legendre)</li> <li>Resuelve problemas en que intervienen las funciones especiales y logra encontrar solución a problemas de la física-matemática, considerando condiciones iniciales y de borde.</li> <li>Infiere las funciones especiales y sus propiedades, identificando la ecuación diferencial ordinaria con las cuales trabajar dichas funciones.</li> <li>Utiliza las funciones especiales y sus propiedades en diversos problemas y aplicaciones en el campo de la física matemática.</li> </ol>	
Bibliografía de la unidad		Ref. [1], y [4].	

## E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

El curso considera las siguientes estrategias:

- **Clases expositivas:** el o la docentes presenta los principales contenidos a desarrollar en cada sesión de trabajo, considerando una participación activa de los y las estudiantes.
- **Resolución de problemas:** a partir de tareas o ejercicios, los estudiantes resuelven problemas asociados a los contenidos tratados en las unidades.

## F. Estrategias de evaluación:

Al inicio del semestre, se informará sobre las evaluaciones del curso, considerando tipos, cantidad y ponderaciones correspondientes. El curso considera las siguientes instancias de evaluación:

- Controles.
- Tareas.
- Examen.

## G. Recursos bibliográficos:

### Bibliografía obligatoria:

- [1] Arfken & Weber (2005). "Mathematical Methods for Physics", 6ta Edición. Academic Press.
- [2] Richard Courant & David Hilbert (1953). "Methods of Mathematical Physics", Vol I y II. Wiley Interscience Publications.
- [3] Jon Mathews & Robert L. Walker, (1970). "Mathematical Methods of Physics", 2da Edición, W.A. Benjamin.
- [4] Philip McCord Morse & Herman Feshbach, (1953). "Methods of Theoretical Physics", Volume 1 & 2, McGraw-Hill.

### Bibliografía complementaria:

- [5] Whittaker-Watson, (1996). "A Course of Modern Analysis ", 4ta Edición, Cambridge University Press.
- [6] J. Brown & R. Churchill, (2000). "Fourier Series and Boundary-value Problems", 6ta Edición. McGraw Hill.
- [7] R. Churchill & J. Brown (1989). "Complex Variables and Applications", 5ta Edición, McGraw-Hill.

## H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	Primavera, 2025
Elaborado por:	Javier A. Ruiz Paredes
Validado por:	CTD de Geofísica
Revisado por:	Área de Gestión Curricular