

PROGRAMA DE CURSO PROCESOS DE MARKOV

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Procesos de Markov	Código	MA4401	Créditos	6	
Nombre del curso en inglés	<i>Markov processes</i>					
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	2	Trabajo personal	5
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA3802: Teoría de la medida, MA3401: Probabilidades					

B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito que los y las estudiantes conozcan y sepan aplicar los conceptos y resultados básicos de la teoría de cadenas de Markov. En particular, el curso estudiará la clasificación de cadenas y los teoremas límites para cadenas de Markov, así como aplicaciones a los modelos y ejemplos básicos del área, tales como marchas aleatorias, procesos de nacimiento y muerte, procesos de ramificación y modelos de la teoría de colas.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

- CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.
- CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.
- CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG)

CG1: Comunicación académica y profesional. Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético. Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE1, CE2, CE3	RA1: Produce modelos de fenómenos aleatorios sin memoria, usando la propiedad de Markov.
CE1, CE2	RA2: Calcula probabilidades de eventos relevantes para procesos de Markov discretos o continuos y valores relevantes de problemas modelados como procesos de Poisson.
CE1, CE2, CE3	RA3: Evalúa la técnica de acoplamiento para obtener resultados límites de procesos de Markov.
Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG1	RA4: Argumenta por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos. Justifica por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas al curso, los resultados obtenidos en la solución de problemas de probabilidades.
CG3	RA5: Realiza las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA4 y RA5 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

D. Unidades temáticas:

Resumen de Unidades temáticas

Número	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	Cadenas de Markov a tiempo discreto	8
2	Procesos de Poisson	2
3	Cadenas de Markov a tiempo continuo	5
TOTAL		15

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2, RA3	Cadenas de Markov a tiempo discreto	8 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
1.1. Definición de procesos estocásticos y cadenas de Markov a tiempo discreto, propiedad de Markov 1.2. Matriz de transición de cadenas de Markov homogéneas, ecuaciones de Chapman-Kolmogorov 1.3. Caracterización y construcción general de cadenas de Markov 1.4. Ejemplos: marchas aleatorias, procesos de nacimiento y muerte, procesos de ramificación 1.5. Tiempos de parada y propiedad de Markov fuerte 1.6. Clasificación de estados: recurrencia, transiencia y recurrencia positiva 1.7. Medidas invariantes y convergencia al equilibrio 1.8. Reversibilidad		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Explica la propiedad de Markov. Justifica con una demostración que un proceso estocástico es una cadena de Markov. Construye cadenas de Markov asociadas a modelos simples. Explica los ejemplos básicos de cadenas de Markov. Utiliza la propiedad de Markov fuerte para demostrar propiedades de y hacer cálculos para cadenas de Markov. Diferencia si una cadena de Markov es recurrente nula, recurrente positiva o transiente. Calcula la distribución invariante asociada a una cadena de Markov recurrente positiva. Aplica la técnica de acoplamiento a la demostración de teoremas límites para cadenas de Markov. 	
Bibliografía de la unidad		[7] Cap. 1, [6] Cap. 2 y 3, [8] Cap. 4, [1] Cap. I, [5] Cap. XV y XVI.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1, RA2, RA3	Proceso de Poisson	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
2.1. Definición y propiedades de las distribuciones exponencial y de Poisson 2.2. Definición del proceso de Poisson 2.3. Propiedad de Markov del proceso de Poisson 2.4. Construcción de un proceso de Poisson 2.5. Tópicos adicionales: suma, superposición y adelgazamiento de procesos de Poisson, procesos de renovación		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Explica la propiedad de pérdida de memoria de la distribución exponencial. Explica la definición y propiedades del proceso de Poisson. Calcula cantidades de interés para modelos basados en procesos de Poisson. 	
Bibliografía de la unidad		[7] Cap 2. [8] Cap 3, [6] Cap, [5] Capítulo XIII.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1, RA2, RA3	Cadenas de Markov a tiempo continuo	5 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Construcción de cadenas de Markov a tiempo continuo: tiempos de salto y espera, cadenas de salto y Q-matrices 3.2. Propiedad de Markov y semigrupo de transición 3.3. Generador, ecuaciones backward y forward 3.4. Clasificación de estados: recurrencia y condiciones de explosividad 3.5. Distribuciones invariantes y convergencia al equilibrio 3.6. Ejemplos: procesos de nacimiento y muerte, procesos de ramificación, procesos de colas		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> Identifica cadenas de Markov a tiempo continuo y sus elementos básicos. Analiza la noción de explosión y su rol en la construcción de una cadena de Markov a tiempo continuo. Calcula el generador asociado a modelos simples Aplica las ecuaciones backward y forward para obtener propiedades y calcular cantidades de interés asociadas a cadenas de Markov simples. Diferencia si una cadena es explosiva, recurrente, transiente. Calcula la distribución invariante asociada a una cadena de Markov recurrente positiva. Aplica la técnica de acoplamiento a la demostración de teoremas límites para cadenas de Markov Evalúa los ejemplos básicos de cadenas de Markov y sus propiedades. 	
Bibliografía de la unidad		[7] Cap 2 y 3, [8] Cap. 5, [6] Cap. 4, [1] Cap. 2, [5] Cap. XVII.	

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

- Clases expositivas.
- Resolución de problemas..

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa. Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.

Según el reglamento de estudios de la FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía:

- [1] Asmussen S., Applied Probability and Queues. Wiley (1987).
- [2] Brémaud P., Markov Chains, Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation, and Queues. Springer-Verlag (1999).
- [3] Chow S. y Teicher H., Probability Theory. Independence, Interchangeability, Martingales. Springer-Verlag (1978).
- [4] Chung K., Markov Chains with Stationary Transition Probabilities. Springer-Verlag (1980).
- [5] Feller W., An Introduction to Probability Theory and its Applications. Wiley. Vol. 1 (1966), Vol 2 (1971).
- [6] Karlin S. y Taylor H., A First Course in Stochastic Processes. Academic Press (1975).
- [7] Norris J. R., Markov Chains. Cambridge University Press (1997).
- [8] Ross S., Stochastic Processes, Wiley (1983).

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2023
Elaborado por:	Daniel Remenik
Validado por:	Jefe Docente (2024)