

PROGRAMA DE CURSO CONTROL ÓPTIMO: TEORÍA y LABORATORIO

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Control Óptimo : Teoría y Laboratorio	Código	MA4703	Créditos	9	
Nombre del curso en inglés	Optimal Control : Theory and Laboratory					
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	2	Trabajo personal	10
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA4801 Análisis Funcional					

B. Propósito del curso:

El propósito de este curso es que el/la estudiante conozca los fundamentos teóricos y algorítmicos de la teoría matemática de control óptimo y la teoría de controlabilidad y optimización de sistemas dinámicos deterministas descritos en tiempo continuo. Que aprenda y aplique diversos conceptos fundamentales del Control Óptimo, como los criterios de controlabilidad (Kalman), de optimalidad (principio del máximo Pontryagin) y el principio de la programación dinámica. Que desarrolle habilidades computacionales a través de la simulación numérica de modelos y de la implementación de métodos para la resolución de problemas de control óptimo lineales y no lineales, utilizando para ello el software MATLAB, entre los que se estudiarán la estabilización del péndulo invertido, la gestión óptima de recursos naturales y la gestión de biorreactores. Adicionalmente, se busca que el/la estudiante fortalezca las siguientes capacidades: destreza en técnicas de modelamiento matemático, análisis de resultados numéricos y síntesis de conclusiones a partir de los mismos, organización y planificación del trabajo individual y en equipo, diseño de estrategias para resolver problemas, habilidades en las relaciones interpersonales, capacidad para comunicar sus ideas y trabajar en grupo.

Competencias a las que el curso tributa.

- CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.
- CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.
- CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

CE5: Concebir, diseñar y evaluar desarrollos científico-tecnológicos para resolver problemas en el ámbito de las ciencias de la ingeniería.

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG2: Comunicación en inglés.

Leer y escuchar de manera comprensiva en inglés una variedad de textos e informaciones sobre temas concretos o abstractos, comunicando experiencias y opiniones, adecuándose a diferentes contextos y a las características de la audiencia.

CG3: Compromiso ético

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

CG4: Trabajo en equipo

Trabajar en equipo, de forma estratégica y colaborativa, en diversas actividades formativas, a partir de la autogestión de sí mismo y de la relación con el otro, interactuando con los demás en diversos roles: de líder, colaborador u otros, según requerimientos u objetivos del trabajo, sin discriminar por género u otra razón.

C. Resultados de aprendizaje

Competencias	Resultados de aprendizaje
CE1	RA1 Conoce los fundamentos teóricos y algorítmicos de la teoría matemática de Control Óptimo y la teoría de controlabilidad y optimización de sistemas dinámicos deterministas descritos en tiempo continuo.
CE1, CE2, CE5	RA2 Aplica conceptos fundamentales del Control Óptimo, entre otros, los criterios de controlabilidad (Kalman), de optimalidad (principio del máximo Pontryagin) y el principio de la programación dinámica.
CE2, CE3, CE5	RA3 Desarrolla habilidades computacionales a través de la simulación numérica de modelos y de la implementación de métodos para la resolución de problemas de control óptimo lineales y no lineales, utilizando para ello el software MATLAB.

CE2, CE3, CE5	RA4 Construye modelos idealizados de la realidad, los resuelve numéricamente y evalúa la pertinencia de sus soluciones en la situación estudiada.
CG1	RA5: Justifica por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.
CG3	RA6: Realiza las actividades programadas del curso cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.
CG4	RA7: Colabora en el cumplimiento de las actividades grupales programadas.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA5 y RA6 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación. Por su parte, el resultado de aprendizaje RA7 se valida en los trabajos asociados a los laboratorios.

D. Unidades temáticas:

Resumen de unidades temáticas

Unidad	Nombre de la unidad	Duración
1	Control de sistemas lineales	7.0
2	Teoría del control óptimo no lineal	4.0
3	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	4.0
TOTAL		15

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA2, RA4	Control de sistemas lineales	7
Contenidos		Indicador de logro	
1.1 Formulación de problemas de control óptimo.		El/la estudiante:	
1.2 Controlabilidad y observabilidad de sistemas		1. Evalúa la controlabilidad u observabilidad de sistemas lineales.	
		2. Encuentra las condiciones de optimalidad de un	

<p>lineales.</p> <p>1.3 Principio bang-bang.</p> <p>1.4. Control de tiempo óptimo de sistemas lineales.</p> <p>1.5. Teoría lineal cuadrática. Ecuación de Riccati y sus propiedades. Filtro de Kalman.</p>	<p>problema de tiempo óptimo lineal.</p> <p>3. Resuelve problemas simples, aplicando las condiciones de optimalidad.</p> <p>4. Determina condiciones de optimalidad de un problema lineal cuadrático.</p> <p>5. Enuncia las aplicaciones de la teoría lineal cuadrática y del filtro de Kalman.</p>
Bibliografía de la unidad	[3], [6]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1, RA2, RA4	Teoría del control óptimo no lineal	4
Contenidos		Indicador de logro	
<p>2.1. Resultados de existencia de problemas de control óptimo no lineal.</p> <p>2.2. El Principio del Máximo de Pontryagin.</p> <p>2.3. Revisión de métodos numéricos de control óptimo.</p> <p>2.4. Aplicaciones del Principio del Máximo en problemas de economía, física, ingeniería, etc.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Reproduce los enunciados y demostraciones de los teoremas de existencia y unicidad. 2. Resuelve problemas simples que involucran las condiciones de optimalidad de un problema no lineal, utilizando el Principio del Máximo. 3. Enuncia las alternativas de resolución numérica de problemas. 4. Identifica aplicaciones del Principio del Máximo. 	
Bibliografía de la unidad		[2], [3], [4], [5], [6]	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1, RA2, RA4	Programación dinámica y ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	4
Contenidos		Indicador de logro	
<p>3.1. El algoritmo de programación dinámica. Principio de Bellman.</p> <p>3.2. Programación dinámica en tiempo discreto.</p> <p>3.3. Programación dinámica en tiempo continuo. Función valor y ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman (HJB).</p> <p>3.4. Revisión de métodos numéricos para resolver HJB y sintetizar el control óptimo.</p> <p>3.5. Relaciones y diferencias entre</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Aplica el principio de Bellman a problemas de programación dinámica. 2. Formula y resuelve problemas de programación dinámica en tiempo discreto. 3. Determina la ecuación de HJB de un problema de control óptimo. 4. Resuelve un control óptimo mediante las ecuaciones de HJB. 5. Sintetiza un control óptimo mediante las ecuaciones de HJB. 	

el Principio del Máximo y las ecuaciones de Jamilton-Jacobi-Bellman. 3.6. Aplicaciones.	
Bibliografía de la unidad	[1], [3], [6], [8]

Temas Laboratorios

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab 1	RA2, RA3, RA4	Introducción.	2,3,4
Contenidos		Indicador de logro	
Parte A. Comandos básicos y cálculo vectorial. Parte B. Funciones vectoriales. Parte C. Gráficos 1d, 2d y 3d. Parte D. Aplicaciones (ver bibliografía).		El/la estudiante: 1. Aplica herramientas básicas del software Matlab y Scilab.	
Bibliografía de la unidad		[Mole (cap. 2)]	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab2	RA2, RA3, RA4	Controlabilidad y observabilidad, estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	5,6
Contenidos		Indicador de logro	
A. Modelamiento del movimiento de un barco carguero. B. Análisis de la controlabilidad y observabilidad del modelo usando herramientas del MATLAB y Scilab. C. Estabilidad y reguladores. D. Estimadores de estado. Conexión entre reguladores y estimadores		El/la estudiante: 1. Evalúa las nociones de controlabilidad, observabilidad, estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal controlado tanto de manera directa como usando el Toolbox de Control de MATLAB y comandos de Scilab. 2. Analiza los conceptos relacionados como la matriz Grammiana y la forma canónica de Brunovski.	
Bibliografía de la unidad		[1], [2], [3]	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab 3	RA2, RA3, RA4	Problemas de tiempo mínimo	7,8
Contenidos		Indicador de logro	
<p>A. Control de un carro-cohete en tiempo mínimo y método de resolución directo.</p> <p>B. Despegue de un cohete en tiempo mínimo y método de resolución indirecto.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <p>1. Resuelve numéricamente dos problemas de control óptimo a tiempo mínimo a través de dos métodos: el directo y el indirecto.</p>	
Bibliografía de la unidad		[3], [4]	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab 4	RA2, RA3, RA4	Principio del máximo de Pontryagin	9, 10, 11, 12
Contenidos		Indicador de logro	
<p>A. Modelamiento.</p> <p>B. Formulación del Principio del Máximo de Pontryagin (PMP).</p> <p>C. Resolución numérica de las condiciones de optimalidad dadas por el PMP.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <p>1. Utiliza el principio del máximo de Pontryagin para un problema específico y lo resuelve numéricamente con una funcionalidad de Matlab apropiada.</p>	
Bibliografía de la unidad		[3], [5]	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab 5	RA2, RA3, RA4	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	13, 14 y 15
Contenidos		Indicador de logro	
<p>A. Ecuación de HJB en Control Óptimo: Una introducción.</p> <p>B. Estudio analítico del Carro-Cohete mediante HJB.</p> <p>C. Estudio numérico del Carro-Cohete mediante HJB.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <p>1 Visualiza la relación existente entre las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) y el control óptimo mediante el análisis de un problema de control óptimo y la solución numérica de una de estas ecuaciones.</p>	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Lab 5	RA2, RA3, RA4	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman	13, 14 y 15
Bibliografía de la unidad		[4]	

Número	RA al que tributa	Tema del Laboratorio	Ocurre en semana
Proyectos	RA2, RA3, RA4	Temas varios	
Contenidos		Indicador de logro	
<p>Al inicio del semestre se presentan a los alumnos los proyectos disponibles. Se les pide a los alumnos que seleccionen uno que se ajuste más a sus intereses a inicios hasta mediados de semestre. Los proyectos se pueden realizar en grupos pequeños.</p> <p>Ejemplos de temas de proyectos: Modelar, simular, estimar y controlar la dinámica de un sistema mecánico como el péndulo invertido. Aplicar el modelo de Ramsey para simular el crecimiento de una economía.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrolla grupalmente un proyecto numérico, el cual presenta en un primer avance a mediados de semestre y luego en una presentación final con los resultados obtenidos. 2. Aplica los conocimientos teóricos y numéricos aprendidos a un problema de mayor complejidad. 	
Bibliografía de la unidad			

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

Clases de cátedra teóricas y auxiliares prácticas. Para un mayor desarrollo de la fortaleza del cálculo científico, el curso se complementa con laboratorios teórico-computacionales dirigidos y proyectos aplicados a través de los laboratorios asociados.

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente, el curso tiene 2 controles y un examen que conforman la Nota de Control (NC). También, tiene 6 laboratorios obligatorios y un proyecto aplicado

(realización y presentación) con los que se forma la Nota de Laboratorios (NL) que es un promedio ponderado de los laboratorios y del proyecto. Estas evaluaciones corresponden a una actividad complementaria por lo que, tanto NC como NL, deben ser al menos 4.0 para aprobar el curso, en cuyo caso, la nota final será 60% NC y 40% NL.

La evaluación de cada laboratorio es el promedio ponderado entre la evaluación in situ y la presentación del informe la semana siguiente a cada laboratorio. La evaluación del proyecto es el promedio ponderado del avance, presentación final oral e informe final del proyecto. Según el artículo 35 del reglamento de estudios FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

- [1] Wendell H. Fleming & Raymond W. Rishel, Deterministic and Stochastic Optimal Control, Springer-Verlag, 1975.
- [2] Eduardo D. Sontag, Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems, Springer, 1998.
- [3] Emmanuel Trélat, Contrôle optimal : théorie & applications Vuibert, Collection "Mathématiques Concrètes", 2005.
- [4] Lawrence C. Evans, An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory, Lecture Notes. <http://math.berkeley.edu/~evans/control.course.pdf>
- [5] M. Cizniar, M. Fikar, and M.A. Latifi: MATLAB Dynamic Optimisation Code DYNOPT, User's guide, Technical Report, KIRP FCHPT STU, Bratislava, 2006. http://www.kirp.chtf.stuba.sk/publication_info.php?id_pub=271
- [6] Greg Welch and Gary Bishop, An introduction to the Kalman Filter, TR 95-041, Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill Chapel Hill, 2006 <http://www.cs.unc.edu/~welch/kalman/kalmanIntro.html>
- [7] Lamberto Cesari, Optimization: Theory and Applications – Problems with Ordinary Differential Equations, Springer Verlag, 1983.
- [8] Martino Bardi, Italo Capuzzo-Dolcetta, Optimal Control and Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi Equations. , Springer Verlag, 1997.

H. Programación sugerida

Número	Tema del Laboratorio	Semana de realización
Lab 1	Tarea introductoria	2
	Presentación de posibles proyectos	3
	Informe Lab 1	4

Lab 2	Controlabilidad y observabilidad, Estabilidad y detectabilidad de un sistema lineal	5
	Informe Lab 2	6
Lab 3	Problemas de tiempo mínimo y/o problema lineal cuadrático.	7
	Informe Lab 3	8
Lab 4	Principio del máximo de Pontryagin.	9
	Informe Lab 4	10
	Presentación avances proyectos	11
Lab 5	Ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellman Filtro de Kalman discreto.	13
	Informe Lab 5	14
	Presentación final proyectos	15

I. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	Primavera 2014
Elaborado por:	Héctor Ramírez (2013, revisado 2017)
Validado por:	Jefe Docente (2024)