

## PROGRAMA DE CURSO ALGORITMOS COMBINATORIALES

### A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Algoritmos combinatoriales	Código	MA3705	Créditos	6	
Nombre del curso en inglés	<i>Combinatorial Algorithms</i>					
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	1,5	Trabajo personal	5,5
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA3711: Optimización matemática					

### B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito que los y las estudiantes conozcan los algoritmos clásicos para problemas combinatoriales, principios generales de diseño de algoritmos y la noción de eficiencia computacional. También que sean capaces de reconocer la complejidad computacional de un problema de optimización discreta, y presentar técnicas para aproximar problemas NP-duros. Además, que comprendan la relevancia, tanto en el diseño como en el análisis de algoritmos combinatoriales, de la formulación primal-dual de programación lineal.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

CE5: Concebir, diseñar y evaluar desarrollos científico-tecnológicos para resolver problemas en el ámbito de las ciencias de la ingeniería.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG):

CG1: Comunicación académica y profesional. Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en

ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético. Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA6 y RA7 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

### C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE2	RA1: Aplica los algoritmos analizados para encontrar soluciones en ejemplos concretos.
CE3	RA2: Modela una situación simplificada de la realidad como uno de los problemas clásicos presentados, considerando las ventajas de optar por uno o por otro.
CE1-CE2	RA3: Adapta argumentos teóricos de los temas analizados a variaciones de problemas discutidos para justificar propiedades matemáticas de los modelos que se construyen.
CE2-CE5	RA4: Analiza la estabilidad de los algoritmos ante modificaciones simples en su diseño, determinando el efecto de estas en sus tiempos teóricos.
CE2-CE5	RA5: Identifica la dificultad probable de un problema y los algoritmos apropiados para su solución exacta o aproximada.
Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG1	RA6: Argumenta por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.

CG3	RA7: Realiza las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.
-----	---

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA4 y RA5 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

#### D. Unidades temáticas:

##### Resumen de unidades temáticas

Unidad	Nombre de la unidad	Duración
1	Medidas de eficiencia computacional	0.5
2	Problema de árbol generador de peso mínimo.	2.0
3	Problema de camino más corto.	1.5
4	Problema de cuplajes y cubrimientos por vértices en grafos bipartitos.	1.5
5	Problema de flujos y cortes	2.5
6	Problema de cuplaje: caso general	1.5
7	Separación y optimización	2.0
8	Intratabilidad	1.0
9	Algoritmos de aproximación	2.5
TOTAL		15

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA3,5	Medidas de eficiencia computacional	0.5 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
1.1. Random Access Machine (RAM) y medida de complejidad de tiempo.		El/la estudiante: 1. Determine la complejidad de tiempo de algoritmos simples, usando el concepto de RAM	
Bibliografía de la unidad		[PS82, Cap. 2]	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
--------	-------------------	---------------------	---------------------

2	RA1,2,3,4	El problema del árbol generador de peso mínimo	2 semanas
<b>Contenidos</b>		<b>Indicador de logro</b>	
<p>2.1. Algoritmo primal-dual para el problema del árbol generador de peso mínimo.</p> <p>2.2. Algoritmos de Kruskal, Prim y formulación primal-dual. Ilustración de éstos como una heurística de optimización basada en la estrategia glotona.</p> <p>2.3. Matroides y submodularidad de la función de rango. Optimalidad del algoritmo glotón para matroides y caracterización de matroides a través del algoritmo glotón.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modela una situación simplificada de la realidad como un problema del árbol generador de peso mínimo.</li> <li>2. Aplica los algoritmos para el problema del árbol generador de peso mínimo en ejemplos concretos.</li> <li>3. Analiza variantes del problema del árbol generador de peso mínimo.</li> <li>4. Evalúa el efecto de cambios en los algoritmos de Kruskal y Prim.</li> <li>5. Argumenta acerca de la validez de nuevas propiedades de matroides.</li> </ol>	
<b>Bibliografía de la unidad</b>		[CLR09, Cap. 15, 24 y 25], [KT06, Cap. 6], [KV10, Cap. 7], [CCPS98, Cap. 2 x2].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1,2,3,5	El problema del camino más corto	1.5 semanas
<b>Contenidos</b>		<b>Indicador de logro</b>	
3.1. Algoritmo de Bellman visto como una ilustración de un método genérico de diseño de algoritmos basado en programación dinámica. 3.2. Algoritmos de Dijkstra, Bellman-Ford y Floyd-Warshall.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modela una situación simplificada de la realidad como un problema del camino más corto.</li> <li>2. Analiza variantes del problema del camino más corto.</li> <li>3. Determina aplicabilidad de los algoritmos de la unidad en base a las propiedades de los ejemplos.</li> <li>4. Identifica las limitaciones para el uso de los algoritmos de la unidad.</li> </ol>	
<b>Bibliografía de la unidad</b>		[CLR09, Cap. 15, 24 y 25], [KT06, Cap.6], [KV10, Cap. 7], [CCPS98, Cap. 2 x2].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1,2,3,5	Problemas de cuplaje y cubrimiento por vértices en grafos bipartitos	1.5 semanas
<b>Contenidos</b>		<b>Indicador de logro</b>	
4.1. Cuplajes de máxima cardinalidad en grafos bipartitos. Caminos y árboles alternantes. Cubrimiento por vértices. Teorema de König. Cuplajes perfectos. Teorema de Hall. Teorema de Dilworth en órdenes parciales. 4.2. Cuplajes de peso máximo en grafos bipartitos y cuplajes perfectos de peso mínimo: El problema de asignación. Método Húngaro Primal-Dual para el problema de asignación. 4.3. Teorema de Birkhoff Von Neumann.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modela una situación simplificada de la realidad como un problema de cuplaje en grafos bipartitos.</li> <li>2. Aplica Teoremas de König, Hall y Dilworth para justificar propiedades matemáticas de modelos.</li> <li>3. Calcula soluciones a problemas de cuplaje usando los algoritmos de la unidad.</li> <li>4. Selecciona qué algoritmo de la unidad es más indicado de usar en situaciones específicas.</li> </ol>	
<b>Bibliografía de la unidad</b>		[KT06, Cap. 4]	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
5	RA1,2,3,4	Problemas de flujos y cortes	2.5 semanas
<b>Contenidos</b>		<b>Indicador de logro</b>	
<p>5.1. Teorema de Menger. Teorema del Flujo máximo y corte mínimo. Método primal-dual para problemas de flujo. Algoritmo de Ford-Fulkerson: el problema de la finitud del algoritmo y el Teorema de integralidad.</p> <p>5.2. Algunas mejoras del algoritmo de Ford-Fulkerson; los algoritmos de Edmonds y Karp. Sub-modularidad de la función de capacidad de cortes.</p> <p>5.3. Árboles de Gomory-Hu. Problema de cortes de multiterminales.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modela una situación simplificada de la realidad como un problema de flujo.</li> <li>2. Identifica las limitaciones para el uso de los algoritmos de la unidad.</li> <li>3. Analiza cambios en los algoritmos que reducen sus tiempos teóricos en la búsqueda de las soluciones.</li> <li>4. Aplica Teoremas de Menger y Flujo máximo-corte mínimo para validar propiedades de modelos.</li> <li>5. Argumenta la validez del uso de uno de los algoritmos de la unidad para resolver un problema específico.</li> </ol>	
<b>Bibliografía de la unidad</b>		[CLR09, Cap. 26], [KV10, Cap. 8], [CCPS98, Cap. 3].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
6	RA1,2,3	El problema del cuplaje en grafos generales	1.5 semanas
<b>Contenidos</b>		<b>Indicador de logro</b>	
<p>6.1. Cuplajes de cardinalidad máxima en grafos generales. Algoritmo de Blossom. Fórmula de Tutte-Berge.</p> <p>6.2. Integralidad del polítopo de cuplajes.</p>		<p>El/la estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modela una situación simplificada de la realidad como un problema de cuplaje.</li> <li>2. Explica los argumentos que justifican la validez de los algoritmos de la unidad.</li> <li>3. Aplica algoritmo de Blossom para justificar la validez de propiedades de grafos generales.</li> <li>4. Asocia las soluciones al problema de cuplaje y los vértices de un polítopo.</li> </ol>	
<b>Bibliografía de la unidad</b>		[PS82, Caps.10,11], [CCPS98, Cap. 5].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
7	RA4,5	Separación y optimización	2 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
7.1. Método elipsoidal. Equivalencia entre el problema de separación. 7.2. Eficiente para poliedros y optimización eficiente de programas lineales. 7.3. Aplicación: Separación y optimización sobre el polítopo de cuplajes.		El/la estudiante: 1. Explica los argumentos que justifican la validez del método elipsoidal para resolver problemas lineales. 2. Construye argumentos para justificar la relación entre separación y optimización sobre el polítopo de cuplaje.	
Bibliografía de la unidad		[KT06, Cap. 4]	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
8	RA4,5	Intratabilidad	1 semana
Contenidos		Indicador de logro	
8.1. Certificados de pertenencia. 8.2. Reducciones a tiempo polinomial. 8.3. Enunciar NP-completitud de SAT. 8.4. Ejemplo de reducciones.		El/la estudiante: 1. Identifica qué problemas vistos en las unidades anteriores admiten certificados de pertenencia. 2. Explica argumentos que justifican que SAT es un problema NP-completo. 3. Construye reducciones polinomiales entre problemas combinatoriales.	
Bibliografía de la unidad		[KT06, Cap. 8], [CLR09, Cap. 34].	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
9	RA4,5	<i>Algoritmos de aproximación</i>	2.5 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
9.1. Definición de algoritmos de aproximación, esquemas de aproximación polinomial y demostraciones de inaproximabilidad. 9.2. Técnicas de aproximación. Algoritmos glotones, método aleatorio y derandomización vía esperanzas condicionales. 9.3. Algoritmos basados en programación lineal: redondeo, método		El/la estudiante: 1. Identifica la dificultad probable de un problema. 2. Evalúa las técnicas de aproximación en problemas específicos. 3. Explica los argumentos de inaproximabilidad en variaciones a problemas discutidos. 4. Construye algoritmos de aproximación para variaciones de los problemas discutidos.	

primal-dual y gaps de integralidad. 9.4. Esquemas de aproximación vía redondeo y enumeración.	
Bibliografía de la unidad	[Wo98, Cap. 13], [NW88, Cap. II.6].

### E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

- Se realizarán clases presenciales lectivas.

### F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa.

Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.

Según el reglamento de estudios de la FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

### G. Recursos bibliográficos:

#### Bibliografía obligatoria:

- [1] [BY98] A. Borodin, R. El-Yaniv, Online Computation and Competitive Analysis, Cambridge Press, 1998.
- [2] [CCPS98] W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleyblank, y A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley & Sons, Series in Discrete Mathematics and Optimization, 1998.
- [3] [CLR09] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, y C. Stein. Introduction to Algorithms, MIT Press, tercera edición, 2009.



- [4] [GLS93] M. Grötschel, L. Lovasz, y A. Schrijver, Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization, Series in Algorithms and Combinatorics, No. 2, Springer Verlag, second edition, 1993.
- [5] [Go1-91] M. Goemans, apuntes del curso Advanced Algorithms, MIT, 1991.
- [6] [Go2-94] M. Goemans, On Line Algorithms, apuntes del curso Advanced Algorithms, MIT, septiembre 1994.
- [7] [KT06] J. Kleinberg y E. Tardos, Algorithm Design, Addison Wesley, 2006.
- [8] [KV10] B. Korte, y J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Series in Algorithms and Combinatorics, Volume 21. Cuarta edición, Springer, 2010.
- [9] [Lee04] J. Lee, A First Course in Combinatorial Optimization, Cambridge Texts in Applied Mathematics, Cambridge University Press, 2004.
- [10] [PS82] C.H. Papadimitriou, Computational Complexity, Addison Wesley, 1994.
- [11] [PS82] C.H. Papadimitriou y K. Steiglitz, Combinatorial Optimization, Algorithms and Complexity, Prentice Hall, 1982.
- [12] [Sch03] A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and Efficiency Springer Verlag, Series in Algorithms and Combinatorics, Vol. 24, 2003.
- [13] [Vaz01] V. V. Vazirani, Approximation algorithms. Springer Verlag, 2001.
- [14] [WS11] D. P. Williamson y D. B. Shmoys, The Design of Approximation Algorithms. Cambridge Press, 2011.

#### H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	Primavera 2013
Elaborado por:	Marcos Kiwi y José Soto
Validado por:	Jefe Docente (2024)