PROGRAMA DE CURSO
OPTIMIZACIÓN MATEMÁTICA

A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	Departamento de Ingeniería Matemática								
Nombre del curso	Optimización Matemática		Código	MA3711		Créditos	6		
Nombre del curso en inglés	Mathematical Optimization								
Horas semanales	Docencia	3	Auxiliares	1.5		Trabajo personal	5.5		
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		-			
Requisitos	MA2002: Cálculo avanzado y aplicaciones								

B. Propósito del curso:

El curso tiene como propósito que los y las estudiantes entiendan con profundidad las bases teóricas que sustentan la optimización continua cuando se aplica a problemas modelados en dimensión finita. También que sepan resolver problemáticas del ámbito de la ingeniería y de otras ciencias con herramientas de optimización continua, tanto lineal como no-lineal, con o sin restricciones, utilizando resultados teóricos y/o algoritmos adecuados. El alumno además deberá ser capaz de utilizar paquetes computacionales útiles en la resolución de problemas de optimización.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

CE5: Concebir, diseñar y evaluar desarrollos científico-tecnológicos para resolver problemas en el ámbito de las ciencias de la ingeniería.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG):

CG1: Comunicación académica y profesional. Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético. Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE1, CE5	RA1: Resuelve problemas que aparecen en el modelamiento de problemas de ingeniería utilizando herramientas de optimización lineal y no-lineal tanto continua como entera, con o sin restricciones.
CE1, CE2, CE5	RA2: Aplica algoritmos y/o paquetes computacionales pertinentes al contexto del problema útiles en la resolución de problemas de optimización.
CE2,CE3,CE5	RA3: Modela un problema proveniente de la ingeniería de forma de poder trabajarlo con las herramientas aprendidas.
CG1	RA4: Justifica por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas, los resultados obtenidos en la solución de problemas, con especial cuidado en la claridad y precisión en el uso de los términos matemáticos.
CG3	RA5: Realiza las actividades programadas, cumpliendo con sus requerimientos, plazos y de manera honesta, en particular, sin plagiar trabajos en tareas o informes, ni copiar en evaluaciones.

Por su naturaleza, los resultados de aprendizaje RA4 y RA5 son parte de cada una de las unidades y su validación se hará en las actividades de evaluación.

D. Unidades temáticas:

Resumen de unidades temáticas

Número	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	Introducción y elementos de convexidad	1.5
2	Condiciones de optimalidad, calificación de restricciones, sensibilidad y aplicaciones	3.5
3	Dualidad Langrangeana y aplicaciones	2.0
4	Programación Lineal	3.5
5	Métodos numéricos para optimización no lineal irrestricta	2.5
6	Métodos numéricos para optimización no lineal con restricciones	2.0
	TOTAL	15.0

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA1, RA3	Introducción y elementos de convexidad	1.5 semanas

Contenidos	Indicador de logro
1.1. Noción de cono tangente y condición de primer orden genérica. 1.2. Nociones básicas de convexidad. Aplicaciones: teoremas de la proyección, de separación, lema de Farkas.	El/la estudiante: 1. Modela problemas aplicados como un problema de optimización no lineal donde los datos (funciones objetivos y restricciones) son suaves. 2. Identifica funciones objetivos convexas y conjunto de restricciones convexos. 3. Aplica la noción de dirección admisible y dirección de descenso. 4. Calcula conos tangentes para conjuntos particulares.
Bibliografía de la unidad	[1], [4] y [5]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1	Condiciones de optimalidad, calificación de restricciones, sensibilidad y aplicaciones	3.5 semanas

Contenidos	Indicador de logro
2.1. Condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). 2.2. Calificaciones de restricciones: conjunto de restricciones poliédricos, independencia lineal de gradientes activos (ILGA), Mangasarian-Fromovitz y condición de Slater en el caso convexo. 2.3. Condiciones necesarias y suficientes de segundo orden.	El/la estudiante: 1. Explica la interpretación del Teorema de KKT a partir de la operación sobre conos tangentes. 2. Aplica las condiciones de optimalidad de primer y segundo orden, verificando que alguna calificación de restricciones se satisfaga, para resolver problemas concretos motivados desde la ingeniería y las ciencias.

2.4. Resultados de sensibilidad de la función valor bajo ILGA. 2.5. Aplicación a problemas en economía, equilibrio de estructuras, en física, etc.	
Bibliografía de la unidad	[1], [2], [5] y [6]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA1	Dualidad Langrangeana y aplicaciones	2.0 semanas
Contenidos		Indicador de logro	
3.1. Definición del problema dual Lagrangiano: planteamiento y propiedades con respecto al primal en el caso convexo, entre ellas, dualidad débil, fuerte, saltos de dualidad, etc. 3.2. Interpretación Económica de las variables duales. 3.3. Aplicación a problemas. finanzas, portafolios, pricing, clasificación, flujo en redes, etc		El/la estudiante: 1. Calcula el problema dual para problemas convexos particulares. 2. Identifica situaciones en las que hay o no saltos de dualidad. 3. Resuelve problemas convexos específicos, utilizando resultados de dualidad débil o fuerte.	
Bibliografía de la unidad		[4]	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA2,RA3	Programación Lineal	3.5 semanas

Contenidos	Indicador de logro
4.1. Revisitar problema dual en el caso lineal: dualidad débil y fuerte, holgura complementaria, interpretación del dual, etc. 4.2. Introducción a la teoría de poliedros (caracterización de de poliedros en función puntos y rayos extremos, caracterización de puntos y rayos extremos). 4.3. El método Simplex: desarrollo analítico e interpretación gráfica. Discusión breve sobre la complejidad del SIMPLEX. 4.4. Nociones de análisis post-optimal (variación del lado derecho o de los costos, agregar columna o fila). 4.5. Aplicaciones en problemas en grafos, logística, finanzas, planificación (dieta), bodegaje, control óptimo discreto, etc. 4.6. OPCIONAL: Introducción a los problemas lineales de gran tamaño: nociones de descomposición, ejemplos, métodos de generación de filas y columnas, problema maestro/esclavo, etc.	El/la estudiante: 1. Define las principales nociones de la teoría poliedral (caras, vértices, puntos y direcciones extremas, solución básica factible, etc.) 2. Aplica los principales resultados de la teoría poliedral (teorema Minkowski y Minkowski-Weyl). 3. Utiliza el algoritmo Simplex, sus variantes (Simplex dual, fases I y II, etc.) y sus aplicaciones (análisis post-optimal, entre otros). 4. Calcula el problema dual de programas lineales, dados en su forma estándar. 5. Realiza un análisis de sensibilidad en casos simples, a través del cual comprende el concepto de estabilidad.
Bibliografía de la unidad	[1], [3], [5] y [7]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
5	RA2,RA3	Métodos numéricos para optimización no lineal irrestricta	2.5 semanas

Contenidos	Indicador de logro
5.1. Nociones de búsqueda unidimensional: Golstein-Armijo, dicotomía, etc. 5.2. Método del gradiente y su tasa de convergencia (lineal). 5.3. Familia de algoritmos de tipo gradiente conjugado. Ejemplo: algoritmo de Fletcher-Reeves. 5.4. Algoritmo de Newton, cuasi-Newton (DFP y BFGS) y tasas de convergencia (convergencia cuadrática en caso particular de Newton).	El/la estudiante: 1. Aplica la noción fundamental de algoritmos de descenso, basado en la búsqueda sobre una dirección dada. 2. Identifica los distintos tipos de convergencia: lineal, superlineal, cuadrática, a través de la revisión de métodos específicos.
Bibliografía de la unidad	[5] y [6]

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
6	RA2,RA3	Métodos numéricos para optimización no lineal con restricciones	2.0 semanas

Contenidos	Indicador de logro
6.1. Método de direcciones admisibles (caso restricciones lineales). 6.2. Método de penalización/barrera.	El/la estudiante: 1. Aplica correctamente métodos de direcciones clásicos, de direcciones admisibles y de penalización (exteriores y de barrera). 2. Resuelve problemas particulares pero prominentes como el problema lineal, cuadrático-lineal, problema convexo con restricciones lineales.
Bibliografía de la unidad	[5] y [6]

E. Estrategias de enseñanza - aprendizaje:

La estrategia de enseñanza utilizada es principalmente expositiva con participación de los estudiantes; la participación va desde responder preguntas teóricas realizadas por el docente hasta preguntas prácticas durante la resolución de ejercicios. Además, se utiliza como actividad en clases la resolución de problemas, que dependiendo del semestre y el cuerpo docente se realizan en la clase de cátedra, en las auxiliares o en el trabajo que se les plantea a los estudiantes.

Para el logro del aprendizaje el estudiantado cuenta con distintos materiales de apoyo entregado por la escuela y el departamento, como material bibliográfico, distintos apuntes, material audiovisual, tutorías y apoyo en el estudio, entre otros. El curso contempla cinco horas de trabajo autónomo semanal.

F. Estrategias de evaluación:

Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará oficialmente sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como de sus ponderaciones. También anunciará si una inasistencia justificada se recupera mediante una evaluación adicional en las semanas siguientes a la evaluación original o al final del semestre, dependiendo del porcentaje de asistencia del estudiantado a la misma, o por la nota del examen.

Tradicionalmente hay distintas instancias de evaluación tales como:

- Evaluaciones parciales (controles, tareas, trabajo en clases, entre otros). Con un máximo de 3 controles por semestre.
- Tareas computacionales.
- Examen final.

La ponderación de cada evaluación respetará siempre los reglamentos de la Escuela. En cada uno de estos controles y examen final se evaluará la capacidad del estudiante para escribir proposiciones abstractas de manera clara y precisa.

Esta evaluación se realiza de manera integral en la revisión de las evaluaciones y puede afectar un porcentaje de la calificación de cada una de ellas.

Según el artículo 35 del reglamento de estudios FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.

G. Recursos bibliográficos:

Bibliografía obligatoria:

[1] Goberna, M.A., Jornet, V., Puente, R. Optimización lineal: teoría, métodos y modelos. Mc Graw Hill, 2004.
[2] Mokhtar S. Bazaraa, John J. Jarvis, Hanif D. Sherali. Linear Programming and Network Flows, 4ta Ed., 2010.
[3] Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali, C. M. Shetty. Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, 3ra Ed., Wiley, 2006.
[4] Bertsimas, D. y Tsitsiklis J. N., Introduction to Linear Optimization. Dynamic Ideas and Athena Scietific, Belmont, Massachusetts, 2008.
[5] Luenberger, D., Ye, Y.Y, Linear and nonlinear programming, 4ta Ed., Springer, 2016.
[6] Boyd, S.P., Vanderberghe, L., Convex Optimization, Cambridge University Press, 2004.
[7] Nocedal, J., Wright, S., Numerical optimization, 2da Ed., Springer, 2006.
[8] Aragón, F.J., Goberna, M.A., López, M.A., Rodríguez, M.M.L. Nonlinear Optimization (Springer Undergraduate Texts in Mathematics and Technology), 1ra Ed. 2019.

H. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	Otoño 2017
Elaborado por:	Alejandro Jofré y Héctor Ramírez
Validado por:	Jefe Docente (2024)