

## PROGRAMA DE CURSO

### SIMULACIÓN ESTOCÁSTICA: TEORÍA Y LABORATORIO

#### A. Antecedentes generales del curso:

Departamento	DIM					
Nombre del curso	Simulación estocástica: Teoría y laboratorio	Código	MA4402	Créditos	6	
Nombre del curso en inglés	<i>Stochastic Simulation: Theory and Laboratory</i>					
Horas semanales	Docencia	1,5	Auxiliares	3,0	Trabajo personal	5
Carácter del curso	Obligatorio	X		Electivo		
Requisitos	MA4401: Procesos de Markov					

#### B. Propósito del curso:

El propósito del curso es presentar los fundamentos teóricos y algorítmicos que permiten construir y simular computacionalmente diferentes tipos de modelos estocásticos relevantes, y resolver numéricamente mediante simulación estocástica diversos problemas de interés en ingeniería y ciencias.

Al final del curso, los y las estudiantes conocen una serie de modelos estocásticos; son capaces de utilizarlos en problemas de modelamiento estocástico en distintos ámbitos; entienden cómo justificar rigurosamente la aproximación de dichos modelos mediante objetos simulables computacionalmente, y son capaces de implementar numéricamente tanto los modelos en sí como algunos algoritmos que permiten su uso en la resolución de problemas de ingeniería y ciencias.

El curso tributa a las siguientes competencias específicas (CE):

CE1: Interpretar y utilizar el lenguaje formal matemático, para analizar y verificar la veracidad de afirmaciones matemáticas.

CE2: Calcular y manipular objetos matemáticos y herramientas conceptuales de diversas áreas de las matemáticas, tales como análisis, simulación numérica, ecuaciones diferenciales, matemáticas discretas, optimización, probabilidades y estadísticas, entre otras, para la resolución de problemas.

CE3: Modelar matemáticamente problemas de diferentes áreas en situaciones simples, es decir, traducir la realidad a una estructura matemática de forma tal que se facilite su análisis.

El curso tributa a las siguientes competencias genéricas (CG):

CG1: Comunicación académica y profesional

Comunicar en español de forma estratégica, clara y eficaz, tanto en modalidad oral como escrita, puntos de vista, propuestas de proyectos y resultados de investigación

fundamentados, en situaciones de comunicación compleja, en ambientes sociales, académicos y profesionales.

CG3: Compromiso ético.

Actuar de manera responsable y honesta, dando cuenta en forma crítica de sus propias acciones y sus consecuencias, en el marco del respeto hacia la dignidad de las personas y el cuidado del medio social, cultural y natural.

### C. Resultados de aprendizaje:

Competencias específicas	Resultados de aprendizaje
CE1, CE2, CE3	RA1: Aplica las técnicas clásicas para simular sistemas probabilísticos.
CE1, CE2	RA2: Justifica teóricamente los resultados obtenidos en las simulaciones realizadas.
CE1, CE2, CE3	RA3: Utiliza simulaciones probabilísticas para resolver problemas de otras áreas, ciencias e ingeniería.
CE1, CE2, CE3	RA4: Resuelve problemas de la ingeniería utilizando aprendizaje de máquinas.
CE1, CE2	RA5: Conoce condiciones teóricas que aseguran la convergencia de métodos numéricos.
Competencias genéricas	Resultados de aprendizaje
CG1	RA5: Justifica por escrito, tanto en controles, exámenes o tareas asociadas al curso, los resultados obtenidos en la solución de problemas de probabilidades.
CG3	RA6: Cumple con los plazos, tareas y actividades programadas en el curso.
CG3	RA7: Se comporta de manera responsable y honesta, sin plagiar trabajos, copiar en evaluaciones.

### C. Unidades temáticas:

#### Resumen de Unidades temáticas

Número	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	Convergencia en ley de variables aleatorias y procesos	2
2	Sampling y Markov Chain Monte Carlo	5
3	Estimación, filtraje y modelos Markovianos ocultos	3
4	Movimiento Browniano, procesos de difusión y aplicaciones	5
	TOTAL	15,0

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
1	RA2	Convergencia en ley de variables aleatorias y procesos	2 semanas
Contenidos		Indicadores de logro	
1.1. Convergencia en ley en espacios métricos y tensión 1.2. Aplicación: función característica y convergencia en ley de variables aleatorias en $\mathbb{R}^d$ . 1.3. Ejemplos numéricos: LGN débil, TCL, convergencia estable, métodos de Monte Carlo, convergencia de procesos empíricos. 1.4. Distancias entre leyes de probabilidad 1.5. Coupling.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conoce y utiliza condiciones para asegurar la convergencia débil de medida.</li> <li>2. Conoce y utiliza condiciones para demostrar tensión de una familia de medidas.</li> <li>3. Aplica los temas de esta unidad para justificar la validez de simulaciones de variables aleatorias.</li> </ol>	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
2	RA1, RA2	Sampling y Markov Chain Monte Carlo	5 semanas
Contenidos		Indicadores de logro	
2.1. Simulación de variables aleatorias en $\mathbb{R}^d$ : inversión de función de distribución, simulación eficiente de v.a. clásicas en $\mathbb{R}^d$ , método de aceptación-rechazo. Reducción de varianza, simulación de eventos raros. 2.2. Simulación de cadenas de Markov en tiempo discreto y continuo, convergencia al equilibrio, TCL. 2.3. Markov Chain Monte Carlo, simulación perfecta y exacta, Gibbs sampling y Metropolis. 2.4. Aplicaciones y ejemplos escogidos entre: sampling de grafos aleatorios, simulación de colas y límite fluido, procesos de renovación, procesos de ramificación, genómica, modelos discretos en finanzas.		El/la estudiante: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utiliza el concepto de la inversa generalizada de una función para simular variables aleatorias en <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>2. Simula variables aleatorias en <math>\mathbb{R}^n</math>, procesos de Markov a tiempo discreto y continuo.</li> <li>3. Utiliza los resultados de convergencia para estimar la cantidad de iteraciones necesarias para que una cadena de Markov esté suficientemente cerca del equilibrio.</li> <li>4. Utiliza Markov Chain Monte Carlo para simular modelos que provienen de diferentes áreas.</li> <li>5. Aplica los diferentes algoritmos a problemas y ejemplos concretos.</li> </ol>	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
3	RA4, RA5	Algoritmos estocásticos en aprendizaje de máquinas	3 semanas
<b>Contenidos</b>			
3.1. Teoremas de aproximación universal 3.2. Algoritmo de gradiente estocástico en el caso convexo 3.3. Algoritmo de gradiente estocástico en el caso no convexo. 3.4. Entrenamiento de una red neuronal con gradiente estocástico.		El/la estudiante:  1. Conoce teoremas de aproximaciones universales y los utiliza en el contexto de aprendizaje de máquinas. 2. Conoce condiciones para la convergencia del algoritmo de gradiente estocástico 3. Utiliza el algoritmo de gradiente estocástico en el contexto de aprendizaje de máquinas.	

Número	RA al que tributa	Nombre de la unidad	Duración en semanas
4	RA1, RA2, RA3	Movimiento Browniano, procesos de difusión y aplicaciones	5 semanas
<b>Contenidos</b>			
4.1. Introducción al cálculo estocástico: Movimiento Browniano, martingalas, integral y cálculo de Itô. 4.2. Ecuaciones diferenciales estocásticas, discretización y simulación. 4.3. Aplicaciones en EDP: fórmula de Feynman-Kac, resolución numérica por método de Monte-Carlo. 4.4. Aplicación en finanzas: introducción a la teoría de opciones, fórmula de Black-Scholes y cálculo numérico de precio de opciones.		El/la estudiante:  1. Define y simula el movimiento Browniano, y lo identifica como una martingala a tiempo continuo. 2. Aproxima numéricamente la integral de Itô, interpretándola como una generalización de la integral de Riemann. 3. Conoce y aplica el Lema de Itô para el cálculo de integrales estocásticas. 4. Aproxima numéricamente soluciones de ecuaciones diferenciales estocásticas. 5. Utiliza diferentes métodos probabilísticos para la resolución numérica de EDP's. 6. Conoce aplicaciones de los distintos métodos en el área de finanzas.	

#### D. Estrategias de enseñanza - aprendizaje

El curso considera las siguientes estrategias de enseñanza-aprendizaje:

Clases presenciales dictadas por el profesor (15 hrs).

Laboratorio numérico (20 hrs).

Auxiliares (10 hrs).

## E. Estrategias de evaluación:

El curso tiene distintas instancias de evaluación que consideran:

Tipo de evaluación
Tareas con partes computacionales y teóricas, y presentaciones orales de los resultados de las tareas.
Controles
Ejercicios
Proyecto final
Examen
La asistencia podrá ser tenida en cuenta para la evaluación. Solicitando un máximo del 80%.

*Al inicio de cada semestre, el cuerpo académico informará sobre la cantidad y tipo de evaluaciones, así como las ponderaciones correspondientes. Lo informado son los tipos de evaluación posible, pero la cantidad de las mismas varía según el semestre.*

## F. Recursos bibliográficos:

### Bibliografía obligatoria:

- [1] Pardoux "Processus de Markov et applications: Algorithmes, réseaux, genome et finances" Dunod, 2007.
- [2] O. Häggström "Finite Markov Chains and Algorithmic Applications", London Mathematical Society Student Texts, 2002.
- [3] J.R. Norris "Markov Chains", Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics, 1997.
- [4] D. Lambertson, B.Lapeyre. "Introduction au Calcul Stochastique Appliqué en Finances" Ellipses, 1997.
- [5] P.Glassermann "Monte-Carlo methods in financial engineering", Applications of Mathematics, Stochastic Modelling and Applied Probability, Springer, 2000.
- [6] R. Durrett "Probability Models for DNA Sequence Evolution", 2nd Edition, Probability and its Applications Springer, 2008.
- [7] P.Del Moral "Feynman-Kac formulae. Genealogical and interacting particle systems with applications" Probability and its Applications, Springer, 2004.
- [8] D.Levin, Y.Peres, E.L.Wilmer "Markov chains and mixing times", American Mathematical Society, 2008.
- [9] S.Shreve "Stochastic calculus for finance, Vol I & II", Springer Finance, 2010.
- [10] S. Asmussen, P. Glynn "Stochastic Simulation", Springer, 2010.

## G. Datos generales sobre elaboración y vigencia del programa de curso:

Vigencia desde:	2024
Elaborado por:	J.Fontbona, D.Remenik, Avelio Sepúlveda
Validado por:	Sebastián Donoso

1. Según el artículo 35 del reglamento de estudios FCFM, el profesor tiene la facultad de realizar un examen oral a un estudiante. Esta instancia podrá darse, por ejemplo, cuando el alumno presente inasistencias reiteradas a los controles. De ser examinado en ambas formas (escrita y oral), recibirá calificaciones parciales separadas, las que se promediarán aritméticamente para dar la calificación del examen.