79/1 al 90/1

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS
SECRETARIA DOCENTE
mrc/. 1.4.81

MA 261 ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (9 U.D.)

4,5 hrs. clase
1,5 hrs. ejercicios
3,0 hrs. trabajo personal

REQUISITOS:

Sistema de bloques: (MA 122 ó MA 220) SM 200

I. Generalidades.

1.- Definición de ecuación diferencial ordinaria (lineal y no lineal). Concepto de solución.
2.- Definición de ecuación en derivadas parciales. Ejemplos simples. Concepto de solución.
3.- Formación de ecuaciones diferenciales ordinarias que ocurren en geometría, mecánica, sistemas de curvas que dependen de uno o más parámetros.
4.- Posibilidad de obtener una solución por medio del desarrollo de Taylor.
5.- Solución aproximada de una ecuación diferencial.

$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$ por el método de las poligonales de Euler

Método gráfico de las isoclinas.

II. Tipos especiales de ecuaciones de primer orden.

1.- $\frac{dy}{dx} = f(x)$; $\frac{dy}{dx} = f(y)$; $\frac{dy}{dx} = f(x)\ g(y)$

2.- Ecuación de primer orden homogéneas. Caso especial de la ecuación

$\frac{dy}{dx} = \frac{ax + by}{cx + dy}$ Estudio de algunos puntos singulares.

3.- Ecuación diferencial exacta. Factor integrante.
4.- Ecuación lineal de primer orden. Ecuación de Bernouilli y Riccati.
5.- Algunos tipos de ecuaciones no lineales en $\frac{dy}{dx}$. Concepto de solución singular, general y particular. (ilustrar con ejemplos). Concepto de envolvente.
6.- Solución de algunas ecuaciones de 2° orden reductibles a una de primer orden.

III. Ecuación diferencial lineal de orden n.

1.- Ecuación lineal homogénea $\varphi(D)\, y = 0$ Propiedades del operador D, D^n y $\varphi(D)$.
2.- Concepto de soluciones linealmente independientes. Definición de solución general según Cauchy, Wronskiano de un sistema de n soluciones de una ecuación diferencial lineal de orden n. Determinación del Wronskiano por la fórmula de Liouville.
3.- Ecuación diferencial lineal de orden n no homogénea. Método de variación de los parámetros. Formulación de la función de Green.
4.- Estudio especial de la ecuación diferencial lineal homogénea y de coeficientes constantes. Ejemplo de los operadores D^n $(D+a)^n$, $\varphi(D)$ y $\varphi(D+a)$. Ecuación característica $\varphi(r) = 0$
5.- Métodos especiales para encontrar soluciones particulares de la ecuación diferencial lineal no homogénea.
6.- Determinación de una solución particular de la ecuación lineal no homogénea mediante la función de Green.

IV. Sistemas de ecuaciones diferenciales.

1.- Sistema canónico $\dfrac{dy_i}{dx} = f(x,y_1,y_2,\ldots,y_n)$; $i = 1,2,\ldots,n$
2.- Ecuación diferencial de orden n a la cual satisfacen las funciones $y_i(x)$. Estudio del caso simple.

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y,z)$$

$$\frac{dz}{dx} = g(x,y,z)$$

Solución de este sistema aproximadamente mediante las poligonales de Euler y por el Método de Picard.
3.- Solución de sistemas canónicos lineales y de coeficientes constantes.

V. Teorema de existencia de una solución de un sistema.

1.- Espacio métrico (métrica euclidiana, normada, etc.)
2.- Transformación por contracción y existencia del punto fijo.
3.- Aplicación de la transformación por contracción al método de Picard considerando el sistema simple:

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y,z); \quad \frac{dz}{dx} = g\,(x,y,z) \quad \text{si}$$

$f(x,y,z)$ y $g(x,y,z)$ son funciones continuas y satisfacen la condición de Lipschitz.

VI. Transformación de Laplace.

1.- Función de orden exponencial y definición de $\alpha f(x)$.
2.- Transformación de la derivada de una función y de las derivadas sucesivas

$$\alpha f(x) = \frac{f(+0) + \alpha f'(x)}{s}$$

3.- αx^n, αe^{rx}, αsen ax, αcos ax, αsenh x, αcosh ax
4.- $\alpha x^n e^{rx}$, y en general αe^{rx} $f(x)$ y antitransformación
5.- $\alpha x^n f(x)$

6.- Concepto de convolución $f \cdot g = \int_0^x f(x-v)g(v)dv$ y transformación de la convolución.

7.- Resolución de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas y no homogéneas. Aplicación de la ecuación $\frac{d^n y}{dx^n} = Q(x)$ y la fórmula de Cauchy

$$Y(x) = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x (x-v)^{n-1} Q(v)dv$$

8.- Aplicación de la transformación de Laplace a la integración de sistemas lineales conociendo las condiciones iniciales para $x_0 = 0$

9.- Transformación de la función $u(x-a)$ y $u(x-a)\ f(x-a)$

10.-Función impulso y su transformación de Laplace.

VII. Breves nociones sobre la serie de Fourier.

1.- Reseña histórica.

2.- Definición de una serie de Fourier en $(-\pi,\pi)$

3.- Concepto de funciones ortogonales en un intervalo $[a,b]$

4.- Funciones ortogonales sen nx cos mx, en $(-\pi+\pi)$

5.- Desarrollo de una función $f(x)$ en serie de Fourier y cálculo de los coeficientes.

6.- Desarrollo de $f(x)$ en $(-\pi, \pi)$ casos de función par e impar.

7.- Aplicación de la serie de Fourier a la resolución de problemas en derivadas parciales.

VIII. Breves nociones sobre cálculo de variaciones.

1.- Reseña histórica sobre problemas clásicos de variaciones.

2.- Concepto de variación de una función. Casos de límites fijos.

3.- Variación de una integral $I = \int_a^b f(x,y,y')\ dx$. Condición necesaria para un valor extremal.

4.- Teorema fundamental del cálculo variacional.

5.- Ecuación de Euler.

i) Integración de primer orden en casos especiales.

ii) Uso del criterio de Legendre.

iii) Resolución de algunos problemas clásicos.