

**MA-221 CALCULO III**

(12 U.D.)

**Distribución horaria**

- 6.0 hrs. clases
- 3.0 hrs. ejercicios
- 3.0 hrs. trab. personal

**REQUISITOS:** SM-200, MA-220.**DESCRIPCION DEL CURSO:**

En éste, el último curso de cálculo de la línea del Plan Común de Ingeniería, se tratan los tópicos del llamado Análisis Vectorial. Lo fundamental son las nociones de campo, gradiente, divergencia y rotor junto a los teoremas de Green, Ostrogradsky y Stokes. Los resultados del análisis vectorial relativos a circulación y flujo son aplicados a situaciones físicas (eléctricas e hidráulicas, principalmente). El curso contempla también el tratamiento analítico de las ecuaciones diferenciales lineales con derivadas parciales de segundo orden que aparecen como las más importantes de la física (Laplace, Ondas y Calor). Se aplica a su resolución los métodos de separación de variables y algunos de variable compleja (transformada de Fourier). Por ello se introduce en este curso un breve capítulo sobre funciones analíticas de una variable compleja.

**OBJETIVOS GENERALES:**

- 1.- Aplicar las nociones y teoremas del Análisis Vectorial a la resolución de modelos matemáticos de la Física.
- 2.- Reconocer y resolver ecuaciones diferenciales parciales de Laplace, de las Ondas y del Calor, por separación de variables o transformadas integrales.

**OBJETIVOS ESPECIFICOS:**

- 1.- Curvas y Superficies en  $\mathbb{R}^3$ .
  - 1.1 Construir parametrizaciones equivalentes, que preserven o inviertan la orientación, de una curva.
  - 1.2 Calcular las rectas tangentes, normal y binormal de una curva dada parametrizada en arco.
  - 1.3 Calcular la parametrización en arco a partir de una parametrización cualquiera de una curva dada.

- 1.4 Calcular la integral de línea de un campo escalar dado, a lo largo de un arco dado.
  - 1.5 Dada una superficie, en forma paramétrica o analítica, calcular plano tangente y recta normal.
  - 1.6 Construir parametrizaciones equivalentes, que preserven o inviertan la orientación, de una superficie.
  - 1.7 Calcular la integral de superficie de un campo escalar dado sobre una superficie dada.
- 2.- Elementos de Análisis Vectorial.
- 2.1 Calcular el gradiente de un campo escalar diferenciable en diversas coordenadas.
  - 2.2 Determinar si un campo vectorial deriva de un campo potencial o no.
  - 2.3 Calcular la divergencia y el rotor de un campo vectorial diferenciable, en diferentes coordenadas.
  - 2.4 Calcular la circulación de un campo vectorial integrable a lo largo de una curva con derivada continua.
  - 2.5 Calcular el flujo de un campo vectorial integrable a través de una superficie con normal continua.
  - 2.6 Demostrar los Teoremas de Green, Stokes y Divergencia en casos geométricos simples donde ambos miembros de cada fórmula sean calculables separadamente por integración directa.
- 3.- Funciones de  $\mathcal{C}$  en  $\mathcal{C}$ .
- 3.1 Reconocer funciones analíticas.
  - 3.2 Calcular desarrollos de Taylor y Laurent de una función analítica en una corona.
  - 3.3 Calcular polos, singularidades y residuos de una función compleja.
  - 3.4 Calcular integrales complejas directamente o por Teorema de Cauchy.
  - 3.5 Calcular la transformada de Fourier de una función, de sus derivadas, de traslaciones y/o cambios de escala.
- 4.- Ecuaciones en Derivadas Parciales.
- 4.1 Aplicar el método de separación de variables a la resolución de las ecuaciones del calor, de las ondas y de Laplace.
  - 4.2 Aplicar Transformada de Laplace a la resolución de ecuaciones parabólicas en el tiempo.
  - 4.3 Aplicar Transformada de Fourier a ecuaciones hiperbólicas con dominios no acotados.
  - 4.4 Clasificar una ecuación diferencial de segundo orden a dos variables en derivadas parciales según las categorías de elíptica, hiperbólica o parabólica.
  - 4.5 Resolver el Problema de Cauchy para un campo de aceleraciones dado.

## CONTENIDOS:

Estimación del No.de horas

- 1.- Curvas y superficies en  $\mathbb{R}^n$ . 18 hrs.
  - 1.1 Noción de curva parametrizada. Parametrizaciones equivalentes.
  - 1.2 Vector y recta tangente a una curva. Longitud de arco.
  - 1.3 Vector y recta normal y binormal. Planos de Frenet.
  - 1.4 Orientación de una curva.
  - 1.5 Integral de línea de campos escalares. Aplicación a cálculo de masas. Propiedades de esta integral.
  - 1.6 Noción de superficie parametrizada. Parametrizaciones equivalentes.
  - 1.7 Plano tangente y recta normal a una superficie.
  - 1.8 Orientación de una superficie.
  - 1.9 Integral de superficie de campos escalares. Aplicación a cálculo de masas. Propiedades de esta integral.
  
- 2.- Elementos de Análisis Vectorial. 12 hrs.
  - 2.1 Campo gradiente. Cambios de coordenadas ortogonales generales.
  - 2.2 Divergencia y rotacional de un campo vectorial.
  - 2.3 Circulación de un campo vectorial. Propiedades.
  - 2.4 Flujo de un campo vectorial. Propiedades.
  - 2.5 Teorema de la Divergencia. Demostración en un paralelepípedo recto de base rectangular.
  - 2.6 Teorema de Stokes. Demostración en casos elementales.
  - 2.7 Teorema de Green en el plano.
  - 2.8 Identidades de Green en el espacio.
  
- 3.- Funciones de  $\mathcal{C}$  en  $\mathcal{C}$ . 15 hrs.
  - 3.1 Nociones Básicas. Problema de la multivaloración.
  - 3.2 Límite, continuidad y derivada.
  - 3.3 Funciones analíticas. Series. Ecuaciones de Cauchy Riemann. Singularidades. Polos.
  - 3.4 Integral compleja.
  - 3.5 Teorema de Cauchy y Residuos.
  - 3.6 Transformada y antitransformada de Fourier. Propiedades.
  
- 4.- Ecuaciones en Derivadas Parciales. 15 hrs.
  - 4.1 Construcción de la ecuación de la cuerda vibrante, la ecuación del calor y la de Laplace.
  - 4.2 Método de separación de variables para las ecuaciones de ondas, Laplace y calor.

- 4.3 Transformada de Laplace y de Fourier aplicada a la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- 4.4 Unicidad de las soluciones de las ecuaciones de ondas, Laplace y calor.
- 4.5 Principio del Máximo y del Mínimo en la ecuación del calor.
- 4.6 Problema de Cauchy. Características y triángulo de influencia.
- 4.7 Formulación variacional de la ecuación de Laplace.
- 4.8 Clasificación y reducción canónica de las ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes.

**ACTIVIDADES:**

- Clases de Cátedra: Expositivas.
- Clases Auxiliares: Con participación activa de los alumnos distribuidos -si es necesario- en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía oficial de Ejercicios.

**EVALUACION:**

- Habrá tres controles y, eventualmente, algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

**BIBLIOGRAFIA:**

- [1] AHUES, Mario, Apuntes de Cálculo III, Ed. por el Departamento de Matemáticas Aplicadas, Versión 1987.
- [2] FRIEDMAN, Avner, Advanced Calculus, Ed. Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- [3] MARSDEN, Jerrold, Basic Complex Analysis, Freeman, 1973.