

MA-220 CALCULO II

(12 U.D.)

Distribución horaria

- 4.5 hrs. clases
- 3.0 hrs. ejercicios
- 4.5 hrs. trab. personal

REQUISITOS: SM-100, MA-112, MA-121.**DESCRIPCION DEL CURSO:**

En este tercer curso de la línea de cálculo, se introducen las nociones fundamentales de cálculo en varias variables reales. Destacan las nociones de continuidad y continuidad uniforme, derivadas fuerte, direccional, débil y parciales. Los teoremas principales que constituyen el fuerte matemático del curso son el del Punto Fijo, de la Función Implícita e Inversa y el de Taylor. El curso concluye con la teoría de la integral de Riemann para funciones reales de varias variables destacándose en esta materia el Teorema de Fubini y las aplicaciones geométricas y físicas de la integral.

OBJETIVOS GENERALES:

- 1.- Analizar funciones reales y vectoriales de varias variables reales a la luz de las nociones y teoremas del cálculo diferencial.
- 2.- Aplicar el cálculo diferencial e integral en varias variables a la formulación y resolución de modelos matemáticos para problemas de geometría, física, probabilidades, economía, optimización, etc.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- 1.- Elementos de topología en \mathbb{R}^n .
 - 1.1. Reconocer normas y distancias en \mathbb{R}^n .
 - 1.2. Representar gráficamente una bola abierta asociada a una métrica dada en \mathbb{R}^n .
 - 1.3. Calcular el límite de una sucesión convergente en \mathbb{R}^n .
 - 1.4. Calcular el interior, la adherencia, los puntos de acumulación y la frontera de un conjunto dado en \mathbb{R}^n y reconocer abiertos y compactos.

- 1.5. Demostrar consecuencias inmediatas de los teoremas de Cerrados Encajados y Bolzano-Weierstrass.
- 2.- Cálculo Diferencial \mathbb{R}^n .
- 2.1. Calcular y graficar el dominio de definición de una función de dos o tres variables.
 - 2.2. Reconocer discontinuidades a través del cálculo de restricciones discontinuas.
 - 2.3. Demostrar continuidad de funciones de dos o tres variables.
 - 2.4. Demostrar consecuencias directas del Teorema del Punto Fijo.
 - 2.5. Reconocer funciones fuertemente derivables usando la definición e identificando el diferencial.
 - 2.6. Calcular la derivada fuerte de funciones compuestas usando la Regla de la Cadena.
 - 2.7. Reconocer funciones débilmente derivables.
 - 2.8. Calcular derivadas direccionales y parciales.
 - 2.9. Calcular la derivada de la inversa aplicando el Teorema de la Función Inversa.
 - 2.10. Calcular derivadas implícitamente aplicando el Teorema de la Función Implícita.
 - 2.11. Calcular extremos relativos irrestrictos de funciones de varias variables y aplicando Multiplicadores de Lagrange, en el caso con restricciones de igualdad.
- 3.- Cálculo Integral \mathbb{R}^n .
- 3.1. Demostrar las propiedades de la integral de Riemann: linealidad, teorema del valor medio para integrales y desigualdad de Schwarz.
 - 3.2. Aplicar el Teorema de Fubini al cálculo de integrales dobles y triples.
 - 3.3. Aplicar la fórmula del cambio de variables para calcular integrales dobles y triples en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.
 - 3.4. Resolver problemas de cálculo de masa, volumen, áreas planas, centros de masas, momentos de inercia, probabilidades, que se reduzcan, en última instancia, al cálculo de integrales en dos o tres variables, de Riemann o impropias.

CONTENIDOS:

Estimación del No. de horas.

- | | |
|--|---------|
| 1.- Elementos de topología en \mathbb{R}^n . | 10 hrs. |
| 1.1. Distancias y normas en \mathbb{R}^n . | |
| 1.2. Bolas abiertas, bolas abiertas perforadas, bolas cerradas. | |
| 1.3. Sucesiones en \mathbb{R}^n . Convergencia. Sucesiones de Cauchy. | |
| 1.4. Adherencia, conjuntos cerrados, conjuntos compactos, puntos de acumulación. | |
| 1.5. Extensión a \mathbb{R}^n de los teoremas De Cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass. | |
| 1.6. Interior y conjuntos abiertos. Frontera. | |

2.- Cálculo Diferencial en \mathbb{R}^n .

- 2.1. Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} . Descripción, ejemplos, conjuntos de nivel y restricciones en los casos $n = 2$ y $n = 3$.
- 2.2. Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m . Ejemplos.
- 2.3. Límite, continuidad y continuidad uniforme de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m .
- 2.4. Propiedades de las funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} continuas en un punto o sobre un compacto.
- 2.5. Teorema del Punto Fijo y corolarios sobre contracciones en bolas abiertas. Aplicaciones del teorema.
- 2.6. Derivada fuerte. Definición y propiedades relativas a continuidad necesaria, derivada de sumas, productos (multiplicación en \mathbb{R} o producto interno en \mathbb{R}^m) y composiciones.
- 2.7. Derivadas direccional, débil y parciales.
- 2.8. El Teorema de los incrementos finitos y sus aplicaciones.
- 2.9. Teorema de la función implícita y de la función inversa.
- 2.10. El Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
- 2.11. Valores extremos relativos de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R} .
- 2.12. Multiplicadores de Lagrange y optimización con restricciones de igualdad.

3.- Cálculo Integral en \mathbb{R}^n .

20 hrs.

- 3.1. Convergencia uniforme de sucesiones de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R} .
- 3.2. Funciones escalonadas de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} .
- 3.3. Integral de Riemann en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
- 3.4. Propiedades de la integral.
- 3.5. Teorema de Fubini.
- 3.6. Teoremas de derivación bajo el signo integral.
- 3.7. Coordenadas polares planas y esféricas y cilíndricas de volumen.
- 3.8. Cambio de variables en integrales múltiples.
- 3.9. Integrales múltiples impropias.
- 3.10. Aplicaciones varias: áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc.

ACTIVIDADES:

- Clases de Cátedra: Expositivas.
- Clases Auxiliares: Con participación activa de los alumnos distribuidos -si es necesario- en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía oficial de Ejercicios.

EVALUACION:

Habrán tres controles y, eventualmente algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

BIBLIOGRAFIA:

- [1] LANG, Serge, Analysis I, Ed. Addison-Wesley, 1968.
- [2] FRIEDMAN, Avner, Advanced Calculus, Ed. Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- [3] CARTAN, Henri, Calculus Diferencial Ed. Omega, 1972.
- [4] AHUES, Mario, Apuntes de Cálculo II, Ed. por Depto. de Matemáticas.