

88/1 al 89/2  
(a/c/ del 90/1 cambia  
de código a MA 22-A)

## MA-220 CALCULO II

(12 U.D.)

### Distribución horaria

- 4.5 hrs. clases
- 3.0 hrs. ejercicios
- 4.5 hrs. trab. personal

REQUISITOS: SM-100, MA-112, MA-121.

### DESCRIPCION DEL CURSO:

En este tercer curso de la línea de cálculo, se introducen las nociones fundamentales de cálculo en varias variables reales. Destacan las nociones de continuidad y continuidad uniforme, derivadas fuerte, direccional, débil y parciales. Los teoremas principales que constituyen el fuerte matemático del curso son el del Punto Fijo, de la Función Implícita e Inversa y el de Taylor. El curso concluye con la teoría de la integral de Riemann para funciones reales de varias variables destacándose en esta materia el Teorema de Fubini y las aplicaciones geométricas y físicas de la integral.

### OBJETIVOS GENERALES:

- 1.- Analizar funciones reales y vectoriales de varias variables reales a la luz de las nociones y teoremas del cálculo diferencial.
- 2.- Aplicar el cálculo diferencial e integral en varias variables a la formulación y resolución de modelos matemáticos para problemas de geometría, física, probabilidades, economía, optimización, etc.

### OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- 1.- Elementos de topología en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.1. Reconocer normas y distancias en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.2. Representar gráficamente una bola abierta asociada a una métrica dada en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.3. Calcular el límite de una sucesión convergente en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.4. Calcular el interior, la adherencia, los puntos de acumulación y la frontera de un conjunto dado en  $\mathbb{R}^n$  y reconocer abiertos y compactos.
  - 1.5. Demostrar consecuencias inmediatas de los teoremas de Cerrados Encajados y Bolzano-Weierstrass.
- 2.- Cálculo Diferencial  $\mathbb{R}^n$ .
  - 2.1. Calcular y graficar el dominio de definición de una función de dos o tres variables.
  - 2.2. Reconocer discontinuidades a través del cálculo de restricciones discontinuas.
  - 2.3. Demostrar continuidad de funciones de dos o tres variables.
  - 2.4. Demostrar consecuencias directas del Teorema del Punto Fijo.
  - 2.5. Reconocer funciones fuertemente derivables usando la definición e identificando el diferencial.
  - 2.6. Calcular la derivada fuerte de funciones compuestas usando la Regla de la Cadena.
  - 2.7. Reconocer funciones débilmente derivables.
  - 2.8. Calcular derivadas direccionales y parciales.
  - 2.9. Calcular la derivada de la inversa aplicando el Teorema de la Función Inversa.
  - 2.10. Calcular derivadas implícitamente aplicando el Teorema de la Función Implícita.

2.11. Calcular extremos relativos irrestrictos de funciones de varias variables y aplicando Multiplicadores de Lagrange, en el caso con restricciones de igualdad.

3.- Cálculo Integral  $\mathbb{R}^n$ .

- 3.1. Demostrar las propiedades de la integral de Riemann: linealidad, teorema del valor medio para integrales y desigualdad de Schwarz.
- 3.2. Aplicar el Teorema de Fubini al cálculo de integrales dobles y triples.
- 3.3. Aplicar la fórmula del cambio de variables para calcular integrales dobles y triples en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.
- 3.4. Resolver problemas de cálculo de masa, volumen, áreas planas, centros de masas, momentos de inercia, probabilidades, que se reduzcan, en última instancia, al cálculo de integrales en dos o tres variables, de Riemann o impropias.

**CONTENIDOS:**

Estimación del No. de horas.

- 1.- Elementos de topología en  $\mathbb{R}^n$ . 10 hrs.
  - 1.1. Distancias y normas en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.2. Bolas abiertas, bolas abiertas perforadas, bolas cerradas.
  - 1.3. Sucesiones en  $\mathbb{R}^n$ . Convergencia. Sucesiones de Cauchy.
  - 1.4. Adherencia, conjuntos cerrados, conjuntos compactos, puntos de acumulación.
  - 1.5. Extensión a  $\mathbb{R}^n$  de los teoremas De Cerrados encajados y Bolzano-Weirstrass.
  - 1.6. Interior y conjuntos abiertos. Frontera.
- 2.- Cálculo Diferencial en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 2.1. Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ . Descripción, ejemplos, conjuntos de nivel y restricciones en los casos  $n = 2$  y  $n = 3$ .
  - 2.2. Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ . Ejemplos.
  - 2.3. Límite, continuidad y continuidad uniforme de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^m$ .
  - 2.4. Propiedades de las funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$  continuas en un punto o sobre un compacto.
  - 2.5. Teorema del Punto Fijo y corolarios sobre contracciones en bolas abiertas. Aplicaciones del teorema.
  - 2.6. Derivada fuerte. Definición y propiedades relativas a continuidad necesaria, derivada de sumas, productos (multiplicación en  $\mathbb{R}$  o producto interno en  $\mathbb{R}^m$ ) y composiciones.
  - 2.7. Derivadas direccional, débil y parciales.
  - 2.8. El Teorema de los incrementos finitos y sus aplicaciones.
  - 2.9. Teorema de la función implícita y de la función inversa.
  - 2.10. El Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
  - 2.11. Valores extremos relativos de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$ .
  - 2.12. Multiplicadores de Lagrange y optimización con restricciones de igualdad.
- 3.- Cálculo Integral en  $\mathbb{R}^n$ . 20 hrs.
  - 3.1. Convergencia uniforme de sucesiones de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$ .
  - 3.2. Funciones escalonadas de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ .
  - 3.3. Integral de Riemann en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
  - 3.4. Propiedades de la integral.
  - 3.5. Teorema de Fubini.
  - 3.6. Teoremas de derivación bajo el signo integral.
  - 3.7. Coordenadas polares planas y esféricas y cilíndricas de volumen.
  - 3.8. Cambio de variables en integrales múltiples.
  - 3.9. Integrales múltiples impropias.
  - 3.10. Aplicaciones varias: áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc.

**ACTIVIDADES:**

- Clases de Cátedra: **Expositivas.**
- Clases Auxiliares: **Con participación activa** de los alumnos distribuidos -si es necesario- en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía oficial de Ejercicios.

#### **EVALUACION:**

Habrán tres controles y, eventualmente algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

#### **BIBLIOGRAFIA:**

- [1] LANG, Serge, *Analysis I*, Ed. Addison-Wesley, 1968.
- [2] FRIEDMAN, Avner, *Advanced Calculus*, Ed. Holt, Rinehart and Winston, 1971.
- [3] CARTAN, Henri, *Calculus Diferencial* Ed. Omega, 1972.
- [4] AHUES, Mario, *Apuntes de Cálculo II*, Ed. por Depto. de Matemáticas.