

## MA 22A CALCULO EN VARIAS VARIABLES

(9 U.D.)

### Distribución horaria

4.5 hrs. clase

1.5 hrs. ejercicios

3.0 hrs. trab. personal

**REQUISITOS:** SM 10A/ (MA 11A, MA 12A,Autor)

### OBJETIVOS:

1. Elementos de topología en  $\mathbb{R}^n$ : Reconocer normas y distancias en  $\mathbb{R}^n$ , representar gráficamente una bola abierta asociada a una métrica dada en  $\mathbb{R}^2$ , calcular el límite de una sucesión convergente en  $\mathbb{R}^n$ , calcular el interior, la adherencia, los puntos de acumulación y la frontera de un conjunto dado en  $\mathbb{R}^n$  y reconocer abiertos y cerrados, demostrar consecuencias inmediatas de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.
2. Cálculo Diferencial en  $\mathbb{R}^n$ : Calcular y graficar el dominio de definición de una función de dos o tres variables, reconocer discontinuidades a través del cálculo de restricciones discontinuas, demostrar continuidad de funciones de dos o tres variables, demostrar consecuencias directas del Teorema del Punto Fijo, reconocer funciones fuertemente derivables usando la definición e identificando el diferencial, calcular la derivada fuerte de funciones compuestas usando la Regla de la Cadena, reconocer funciones débilmente derivables, calcular derivadas direccionales y parciales, calcular la derivada de la inversa aplicando el Teorema de la Función Inversa, calcular derivadas implícitamente aplicando el Teorema de la Función Implícita, calcular extremos relativos irrestrictos de funciones de 2 o 3 variables, calcular extremos condicionados de funciones de varias variables aplicando multiplicadores de Lagrange.
3. Cálculo Integral en  $\mathbb{R}^n$ : Demostrar las propiedades de la integral de Riemann: linealidad, teorema del valor medio para integrales y desigualdad de Schwarz, aplicar el Teorema de Fubini al cálculo de integrales dobles y triples, aplicar la fórmula del cambio de variables para calcular integrales dobles y triples en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas, resolver problemas de cálculo de masas, volúmenes,

áreas planas, centros de masas, momentos de inercia, probabilidades que se reduzcan, en última instancia, el cálculo de integrales en dos o tres variables, de Riemann o impropias.

## PROGRAMA:

1. Elementos de Topología en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 1.1. Distancias y normas en  $\mathbb{R}^n$ . Normas equivalentes.
  - 1.2. Bolas abiertas, bolas abiertas perforadas, bolas cerradas.
  - 1.3. Sucesiones en  $\mathbb{R}^n$ . Convergencia. Sucesiones de Cauchy.
  - 1.4. Adherencias, conjuntos cerrados, conjuntos compactos. Puntos de acumulación.
  - 1.5. Extensión a  $\mathbb{R}^n$  de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.
  - 1.6. Interior y conjuntos abiertos. Frontera.
  
2. Cálculo Diferencial en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 2.1. Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ . Descripción, ejemplos, conjuntos de nivel y restricciones en los casos  $n = 2$  y  $n = 3$ .
  - 2.2. Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ . Ejemplos.
  - 2.3. Límite, continuidad y continuidad uniforme de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$ .
  - 2.4. Propiedades de las funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$  continuas en un punto o sobre un compacto.
  - 2.5. Teorema del Punto Fijo y corolarios sobre contracciones en bolas abiertas. Aplicaciones del teorema.
  - 2.6. Derivada fuerte. Definición y propiedades relativas a continuidad necesaria, derivada de sumas, productos (multiplicación en  $\mathbb{R}^m$  o producto interno en  $\mathbb{R}^m$ ) y composiciones.
  - 2.7. Derivadas direccionales débil y parciales.
  - 2.8. El Teorema de los incrementos finitos y sus aplicaciones.
  - 2.9. Noción de curva parametrizada en  $\mathbb{R}^N$ . Parametrizaciones equivalentes, vector y recta tangente a una curva, longitud de arco. Integral de línea de un campo vectorial, introducción a campos conservativos y ejemplos.
  - 2.10. Teorema de la función implícita y de la función inversa.
  - 2.11. El Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
  - 2.12. Valores extremos relativos de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$ .
  - 2.13. Multiplicadores de Lagrange y optimización con restricciones de igualdad.
  
3. Cálculo integral en  $\mathbb{R}^n$ .
  - 3.1. Convergencia uniforme de sucesiones de funciones de  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$ .
  - 3.2. Funciones escalonadas de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ .
  - 3.3. Integral de Riemann en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
  - 3.4. Propiedades de la integral.
  - 3.5. Teorema de Fubini.
  - 3.6. Teorema de derivación bajo el signo integral.

- 3.7. Coordenadas polares planas, esféricas y cilíndricas de volumen.
- 3.8. Cambio de Variables en integrales múltiples.
- 3.9. Integrales múltiples impropias.
- 3.10. Aplicaciones varias: áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc.

**BIBLIOGRAFIA:**

- [1] APOSTOL, T. Calculus Vol II Reverté (1967).
- [2] BUCK, C. Advanced Calculus, Mc Graw-Hill (1965).
- [3] CARTAN, H. Cálculo Diferencial. Omega (1972).
- [4] FLEMING, W. Funciones de Varias Variables, CECOSA (1969).