3.3 Solución general de un sistema lineal. Variedades Lineales. Hiperplanos. Interpretación de la solución de un Sistema como intersección de hiperplanos.
3.4 Aspectos numéricos: Ejemplos de sistemas inestables o mal condicionados, control de la propagación del error de redondeo en el algoritmo de Gauss mediante pivoteo parcial o completo, número de operaciones del algoritmo de Gauss, método de Jacobi y Gauss Seidel y teorema de convergencia para matrices diagonal-dominantes.

4.- Espacios con producto interior. 10.5 hrs.
4.1 Producto interior. Norma y distancia. Ortogonalidad. Desigualdad de Cauchy-Schwarz y teorema de Pitágoras.
4.2 Subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Ortogonalización de Gram-Schmidt. Matrices ortogonales. Factorización QR. Isometrías.
4.3 Proyecciones ortogonales sobre un subespacio. Matriz de una proyección. Aplicación a problemas de mínimos cuadrados.

5.- Valores y vectores propios. 10.5 hrs.
5.1 Determinantes. Propiedades fundamentales. Menores y cofactores. Interpretación como volumen.
5.2 Valores y vectores propios. Diagonalización de una matriz. Diagonalización ortogonal de una matriz simétrica.
5.3 Caso complejo. Diagonalización de matrices hermitianas. Teorema espectral.
5.4 Triangulación de Schur. Descomposición espectral en el caso general.
5.5 Aspectos numéricos: Método de la potencia iterada, método de Jacobi para matrices simétricas reales.

6.- Matrices simétricas y formas cuadráticas. 12 hrs.
6.1 Formas lineales, bilineales y cuadráticas. Sus representaciones matriciales.
6.2 Caracterizaciones matrices (semi) definidas positivas y (semi) definidas negativas. Producto interno inducido por una matriz definida positiva.
6.3 Reducción a la forma canónica. Aplicación a la reducción y clasificación de cónicas y cuádricas.

Actividades.
- Clases de Cátedra: Exposisitivas.
- Clases Auxiliares: Con participación activa de los alumnos distribuídos si es necesario, en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía Oficial de Ejercicios.

Evaluación. Habrá tres controles y, eventualmente, algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

Bibliografía:

[1] STRANG,G., Algebra Lineal y sus aplicaciones, Fondo Educativo Interamericano, 1982.
[2] BRINKMANN,H.,KLOTZl,E., Linear Algebra and Analytic Geometry, Addison Wesley, 1971.
[3] HOFFMAN,K.,KUNZE,R., Algebra Lineal, Prentice Hall, 1973.
[4] NERING,E., Linear Algebra and Matrix Theory 1963.
[5] LESIEUR et al., Algèbre Linéaire, Gèométrie, Armand Colin, 1977.

4.- Espacios con producto interior.

4.1 Utilizar la estructura de espacio vectorial con producto interior con el fin de caracterizar las nociones de distancia, ángulo y ortogonalidad.

4.2 Utilizar el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt en la construcción de una base ortonormal y en la descomposición de una matriz en producto QR.

4.3 Aplicar la noción de proyección ortogonal sobre un subespacio en la resolución de problemas de mínimos cuadrados.

5.- Valores y vectores propios en $\mathbb{C}^N$.

5.1 Determinar la singularidad o no singularidad de una matriz mediante el cálculo de su determinante.

5.2 Construir una base de vectores propios que permita diagonalizar una matriz.

5.3 Construir una base ortonormal del espacio constituida por vectores propios de una matriz hermítica.

5.4 Aplicar la reducción triangular de Schur para demostrar propiedades algebraicas de la descomposición espectral.

5.5 Aplicar el método de la potencia iterada para cálcular el valor propio dominante. Aplicar el método de Jacobi para calcular todos los valores propios de una matriz simétrica real.

6.- Matrices simétricas y formas cuadráticas.

6.1 Construir la matriz representante de una forma lineal, bilineal o cuadrática.

6.2 Establecer mediante el examen de valores propios o subdeterminantes o pivotes de la eliminación de Gauss si una matriz es (semi)definida positiva o (semi)definida negativa.

6.3 Obtener la ecuación reducida de una cónica o una cuádrica por aplicación del teorema de los ejes principales.

Contenidos. Estimación del No. de horas

1.- Rectas y Planos en $\mathbb{R}^3$. 9 hrs.

1.1 Puntos y vector asociado a un par de puntos. Los vectores de $\mathbb{R}^3$ como traslaciones del espacio. Rectas y planos. Sub-espacios directores. Ecuaciones vectoriales y paramétricas. Ecuaciones de primer grado.

1.2 Rectas paralelas. Planos paralelos. Recta paralela a un plano. Problemas de incidencia de rectas y planos.

1.3 Producto punto. Norma y distancia. Vectores ortogonales. Rectas ortogonales y planos perpendiculares. Recta normal a un plano. Ecuación normal de un plano. Distancia de un punto a un plano. Producto cruz. Producto caja. Propiedades y aplicaciones.

2.- Aplicaciones lineales y matrices. 16.5 hrs.

2.1 Concepto de aplicación lineal. Propiedades básicas. Núcleo e imagen. Nulidad y rango.

2.2 Suma, ponderación y composición de aplicaciones lineales. El espacio de todas las aplicaciones lineales entre dos espacios vectoriales y el anillo de los endomorfismos de un espacio.

2.3 Matriz representante de una aplicación lineal. Suma, ponderación y producto de matrices. Isomorfismo entre el espacio de las matrices mxn y un espacio de aplicaciones lineales y entre el anillo de los endomorfismos y el de las matrices cuadradas.

2.4 Subespacios asociados a una matriz. Núcleo e imagen. Rango de una matriz. Matrices invertibles y sus distintas caracterizaciones.

2.5 Algebra de matrices. Matriz transpuesta y matriz transpuesta conjugada. Matrices simétricas, antisimétricas, hermitianas y antihermitianas. Matrices triangulares y diagonales. Traza de una matriz.

2.6 Cambios de base. Transformación de las coordenadas de un vector y de la matriz de una aplicación lineal por efectos de cambios de base. Matrices equivalentes y matrices semejantes o similares.

3.- Sistemas de ecuaciones lineales. 9 hrs.

3.1 Noción de problema lineal. Problema lineal homogéneo. Sistema lineal. Notación matricial.

3.2 Algoritmo de eliminación de Gauss. Operaciones elementales. Matriz escalonada. Descomposición LU. Aplicación a la inversión de una matriz.

87/2 al 89/2

MA-112 ALGEBRA LINEAL Y GEOMETRIA ANALITICA

12 U.D. (4.5-3.0-4.5)

Requisitos: MA-111,MA-120.

Descripción del curso:

El curso es obligatorio para todos los alumnos de la Facultad. Se inicia con el estudio de los conceptos geométricos del espacio $\mathbb{R}^3$ que servirán de punto de partida para introducir muchas nociones en espacios vectoriales de cualquier dimensión.

Las nociones fundamentales del curso son los de aplicación lineal y su representación matricial y se abordan los problemas básicos del Algebra Lineal: la resolución de sistemas lineales y el cálculo de valores y vectores propios.

Objetivos generales:

1) Utilizar la estructura de espacio vectorial para caracterizar nociones geométricas que permitan abordar analíticamente problemas de esa índole.

2) Reconocer un problema lineal y resolverlo en el caso de dimensión finita.

3) Aplicar el cálculo de valores y vectores propios para resolver problemas y/o caracterizar situaciones específicas.

Objetivos específicos:

1.- Rectas y planos en $\mathbb{R}^3$.
- 1.1 Determinar y reconocer las ecuaciones que caracterizan rectas y planos en $\mathbb{R}^3$.
- 1.2 Demostrar propiedades y resolver problemas geométricos en el espacio relacionados con paralelismo e incidencia de rectas y planos.
- 1.3 Demostrar propiedades y resolver problemas geométricos en el espacio relacionados con distancias, ángulos, ortogonalidad de rectas y planos, áreas y volúmenes.

2.- Aplicaciones Lineales y Matrices.
- 2.1 Deducir las características de una aplicación lineal determinando bases y dimensión de su núcleo e imagen.
- 2.2 Utilizar las estructuras subyacentes en el conjunto de las aplicaciones lineales de un espacio vectorial a otro para reconocer aplicaciones lineales.
- 2.3 Construir la matriz representante de una aplicación lineal relativa a bases dadas.
- 2.4 Deducir propiedades de una aplicación lineal a través de las propiedades de una matriz representante y recíprocamente.
- 2.5 Demostrar propiedades algebraicas de algunos tipos de matrices a partir de sus definiciones y/o de propiedades conocidas.
- 2.6 Construir la matriz de pasaje de una base a otra y utilizarla para transformar las coordenadas de un vector o la matriz representante de una aplicación lineal.

3.- Sistemas de Ecuaciones Lineales.
- 3.1 Reconocer un problema lineal.
- 3.2 Utilizar el algoritmo de eliminación de Gauss para resolver un sistema lineal, obtener su descomposición LU e invertir una matriz cuadrada.
- 3.3 Interpretar geométricamente al conjunto solución de un sistema lineal.
- 3.4 Estimar el número de operaciones y utilizar pivoteo parcial o completo para minimizar los errores de redondeo en la resolución de un sistema lineal. Utilizar los métodos iterativos de Jacobi y Gauss Seidel para resolver sistemas diagonal-dominantes.