

## MA 111 ALGEBRA

(12 U.D)

**Distribución horaria**

- 4.5 hrs. clases
- 3.0 hrs. ejercicios
- 2.5 hrs. trab. personal

**REQUISITOS:** No tiene**DESCRIPCION DEL CURSO:**

Es el primer curso de la línea del Algebra que, junto con MA 120 Introducción al Cálculo deben cursar en el 1er. Semestre los alumnos que ingresan a la Facultad.

El concepto unificador del programa es el de estructura algebraica y comprende hasta la estructura de espacio vectorial. Las nociones de lógica y conjunto se establecen al comienzo del curso con el propósito de introducir las convenciones de notación y lenguaje necesarias en todo curso de matemáticas.

**OBJETIVOS GENERALES:**

- 1.- Utilizar, con estricta sujeción a la lógica bivalente, el lenguaje para caracterizar situaciones de toda índole, especialmente, situaciones matemáticas.
- 2.- Reconocer las propiedades y aplicaciones que tienen en la construcción de modelos matemáticos, las estructuras algebraicas más fundamentales: grupos, anillos, cuerpos y espacios vectoriales.

**OBJETIVOS ESPECIFICOS:**

- 1.- Nociones de lógica y conjuntos.
  - 1.1 Aplicar las reglas de la lógica bivalente en el uso del lenguaje matemático.
  - 1.2 Utilizar las operaciones y relaciones entre conjuntos para caracterizar situaciones de aplicación y resolver problemas de conteo.
- 2.- Relaciones y funciones.
  - 2.1 Determinar el número cardinal de un producto cartesiano de dos o más conjuntos finitos.
  - 2.2 Reconocer propiedades de una relación binaria a partir de sus representaciones como gráfica cartesiana, matriz de 0 y 1 y grafos dirigidos.
  - 2.3 Describir la partición de un conjunto inducida por una relación de equivalencia.
  - 2.4 Determinar si un conjunto es parcial o totalmente ordenado y reconocer si constituye un reticulado.
  - 2.5 Reconocer si una función es piyectiva, inyectiva o biyectiva y en este último caso determinar su inversa.
  - 2.6 Utilizar la noción de función para determinar de cuántas maneras puede extraerse una muestra de elementos de un conjunto finito.
  - 2.7 Reconocer si un conjunto es numerable.
- 3.- Números naturales e inducción.
  - 3.1 Demostrar proposiciones por inducción.
  - 3.2 Reconocer el carácter de recurrencia en una definición o construcción de un elemento y hacer uso de ello para demostrar propiedades atingentes.
- 4.- Leyes de composición y noción de estructura algebraica.
  - 4.1 Determinar si una correspondencia dada corresponde o no a una ley de composición binaria interna.

- 4.2 Dada una función o aplicación entre los conjuntos subyacentes de dos estructuras homólogas (con igual número de leyes de composición) reconocer si es un isomorfismo.
- 5.- Grupos.
- 5.1 Reconocer una estructura de grupo y determinar subgrupos de ella.
- 5.2 Determinar si dos grupos dados son isomorfos.
- 5.3 Construir la partición de un grupo finito correspondiente a las clases laterales definidas por un subgrupo de él.
- 6.- Anillos y cuerpos.
- 6.1 Reconocer cuando una estructura dada formada por un conjunto y dos leyes de composición interna corresponde a un anillo o a un dominio de integridad o a un cuerpo.
- 6.2 Demostrar propiedades y resolver problemas que involucren las nociones de divisibilidad, números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo en los números enteros.
- 6.3 Usar el teorema del resto para detectar las raíces de un polinomio y obtener su factorización en polinomios irreducibles.
- 6.4 Calcular las raíces  $n$  ésimas de un número complejo dado.
- 7.- Espacios vectoriales  $n$  ésimas de un número complejo dado.
- 7.1 Reconocer la estructura de espacio vectorial.
- 7.2 Determinar si un conjunto finito de vectores es o no linealmente dependiente.
- 7.3 Establecer si la suma de dos subespacios dados es directa.
- 7.4 Determinar una base y la dimensión de espacios y subespacios vectoriales.

Estimación del no. de horas.

#### CONTENIDOS:

- 1.- Nociones de Lógica y Conjuntos. (Repaso) 6 hrs.
- 1.1 Proposiciones, negación, conjunción, disyunción y equivalencia lógica. Esquema de demostración usuales. Tautología y tablas de verdad.
- 1.2 Conjuntos, operaciones de unión, intersección diferencia y complemento. Inclusión y conjunto de las partes. Cardinal de un conjunto finito. Cuantificadores.
- 2.- Relaciones y Funciones. 15 hrs.
- 2.1 Pares ordenados y  $n$ -tuplos. Producto cartesiano. Por ejemplo, cardinal de  $\{0, 1\}$ .
- 2.2 Relaciones binarias. Representaciones por: gráficos cartesianos, matrices de 0 y 1, grafos orientados. Propiedades de simetría, antisimetría, reflexividad, transitividad.
- 2.3 Relaciones de equivalencia. Partición de clases de equivalencia. Las clases residuales módulo  $n$ .
- 2.4 Relaciones de orden. Conjuntos total y parcialmente ordenados. Elementos maximales y minimales. Noción de reticulado Ejs.: Reticulado de  $\{1, 0\}^n$  y de  $P(A)$  con la inclusión.
- 2.5 Funciones. Dominio, recorrido, funciones epiyectivas, inyectivas, composiciones de funciones. Función identidad y función inversa. Restricción y extensión de una función.
- 2.6 Número de funciones entre conjuntos de  $n!$  como número de biyecciones entre dos conjuntos de  $n$  elementos. Número de funciones inyectivas de un conjunto en otro.  $\binom{n}{k}$  como número de funciones inyectivas de un conjunto  $k$  elementos en un conjunto con  $n$  elementos ( $n \geq k$ ) con recorridos diferentes.
- 2.7 Cardinal de un conjunto. Cardinal del conjunto de las partes por biyección con  $\{0, 1\}^n$ . Conjuntos numerables. Numerabilidad de  $\mathbb{Q}$ . Demostración diagonal de Cantor para la no numerabilidad de  $\mathbb{R}$ .
- 3.- Números Naturales e Inducción. 9 hrs.
- 3.1 Axioma de inducción y principios del elemento mínimo. Demostraciones por inducción. Aplicación a la generalización de propiedades como, por ejemplo, leyes de De Morgan.
- 3.2 Definiciones por recurrencia: triángulo de Pascal, sumatorias, productos, teorema del binomio.

- 4.- Leyes de composición y noción de estructura algebraica. 3 hrs.  
 4.1 Leyes de composición binaria interna, tablas de doble entrada, noción general de estructura. Ejemplos.  
 4.2 Morfismos. Epimorfismos, monomorfismos, isomorfismos, endomorfismos y automorfismos. Ejemplos.
- 5.- Grupos. 9 hrs.  
 5.1 Definición. Grupos abelianos. Subgrupos. Subgrupo generado por un elemento. Grupos cíclicos.  
 5.2 Grupo de perturbaciones. Grupos de simetrías de la figura. Ejemplos de isomorfismos de grupos. Teorema de Cayley.  
 5.3 Grupos finitos. Orden de un grupo. Cosetos o factores derechos. Teorema de Lagrange.
- 6.- Anillos y Cuerpos. 13.5 hrs.  
 6.1 Definición de anillo. Divisores de cero. Dominio de integridad. Cuerpos.  
 6.2 El anillo de los enteros. Divisibilidad. Algoritmo de la división y de Euclides. Factorización en números primos.  
 6.3 Anillo de los polinomios sobre un cuerpo. Similitud entre propiedades de enteros y polinomios respecto a divisibilidad y factorización. Raíces de un polinomio. Teorema del resto.  
 6.4 El cuerpo de los números complejos. Complejos conjugados. Módulo y argumento. Forma polar y exponencial. Fórmula de Moivre. Cálculo de la raíces  $n$ -ésimas de un complejo. Raíces complejas de un polinomio real. Teorema fundamental del Algebra.
- 7.- Espacios Vectoriales. 12 hrs.  
 7.1 Leyes de composición externa. Definición de Espacio vectorial. Ejemplos:  $\mathbb{R}^n$ , polinomios, funciones, matrices.  
 7.2 Subespacios. Combinaciones lineales. Subespacio generado. Dependencia e independencia lineal.  
 7.3 Suma de subespacios. Sumas directas.  
 7.4 Bases y dimensión. Isomorfismo de espacios vectoriales. de dimensión finita.

#### ACTIVIDADES:

- Clases de cátedra: Expositivas.
- Clases Auxiliares: Con participación activa de los alumnos distribuidos -si es necesario- en grupos de tamaño reducido. El Departamento pondrá a disposición de profesores y alumnos una Guía Oficial de Ejercicios.

#### EVALUACION:

- Habrá tres controles y, eventualmente, algunos ejercicios con nota. El examen será propuesto por el Departamento.

#### BIBLIOGRAFIA:

- [1] ENGEL, Eduardo, Apuntes de MA-111 Algebra Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- [2] LENTIN y RIVAUD, Algebra Moderna, Aguilar.
- [3] GENTILE, E., Estructuras Algebraicas, Vol.I y II, OEA Monografías No.3, No.2, 1971. mrc.....