

Programa de curso Licenciatura en Ciencias con Mención Matemáticas

PROGRAMA DE CURSO

Nombre de la Actividad Académica	Anillos y Módulos	
Nombre de la Actividad Académica en inglés	Rings and Modules	
Unidad Académica/organismo que lo desarrolla	Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile	
Ámbito	Ámbito de Formación Matemática Ámbito de Habilidades Fundamentales para la Investigación Ámbito de Comunicación del Saber Disciplinario	
Tipo de créditos	Presencial	No Presencial
	5	4
Número de créditos SCT – Chile	9	
Requisitos	Álgebra y Geometría II, Aritmética y Combinatoria	
Propósito General del curso		
<p>El estudiante se familiariza con los anillos, un tipo de estructura fundamental del álgebra abstracta, así como algunas de las principales aplicaciones de dicho concepto vía la teoría de módulos. Estos temas son esenciales para cualquier trabajo subsecuente dentro del área. Adicionalmente, el estudiante se familiariza con los razonamientos abstractos a un nivel más alto que en los cursos precedentes, lo que lo prepara para el estudio de estructuras con un creciente grado de abstracción en el ciclo especializado de la carrera.</p> <p>Para lograr esto, el contenido del curso se ofrece en cátedras regulares, suplementadas con guías de ejercicios parcialmente resueltas durante ayudantías. En ambas instancias se presentan, a título de ejemplo,</p>		

razonamientos rigurosos y elaborados de diversa índole. Tanto las guías de ejercicios como las evaluaciones del curso exigen del estudiante que presente demostraciones rigurosas de sus afirmaciones.

Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso

FM 1, FM 2, HFI 3, CSD 1

Competencias sello

CS 1, CS 2, CS 3

Sub-competencias

FM 1.1, FM 1.2, FM 2.1, FM 2.2, HFI 3.1, HFI 3.2, CSD 1.1, CSD 1.2

Resultados de Aprendizaje

1. *Redacta demostraciones, utilizando herramientas del álgebra abstracta, en particular de la teoría de anillos, para asegurar la veracidad de afirmaciones que involucren diversos conceptos de estructuras algebraicas.*
2. *Identifica estructuras de anillos y módulos, en contextos diversos y con un nivel de pertinencia adecuado, para resolver problemas provenientes de diversas áreas del álgebra.*
3. *Emplea resultados avanzados de la teoría de anillos de forma pertinente y óptima con el fin de estudiar estructuras polinomiales y las ecuaciones que representan.*
4. *Aplica resultados avanzados de la teoría de módulos de forma pertinente y óptima para simplificar cálculos concretos provenientes de la teoría de matrices, grupos abelianos u otras situaciones específicas.*

Saberes/ Contenidos

(nombre de la unidad y temas en cada una)

1. **Grupos abelianos.** Definición y ejemplos de grupos abelianos. Productos y

cocientes.

2. **Anillos:** Anillos y anillos unitarios. Subanillos e ideales (derechos, izquierdos y bilaterales). Cocientes y homomorfismos. Teoremas de isomorfía para anillos. Producto de anillos. Anillos de matrices.
3. **Anillos conmutativos:** Dominios de integridad. Cuerpo de fracciones. Ideales co-maximales. Teorema chino de los restos. Ideales primos y maximales. Polinomios sobre anillos conmutativos. Propiedad universal del anillo de polinomios. Principio de extensión de identidades. **Optativos:** Adjuncción de raíces. Elementos algebraicos y trascendentes sobre un cuerpo.
4. **Factorización:** Dominios de ideales principales (DIP). Dominios Euclideanos. Fórmula de Bézout. Teorema chino de los restos para DIPs. Elementos primos e irreducibles. Dominios de factorización única (DFU). Polinomios sobre un DFU. Polinomios primitivos y lema de Gauss. Criterios de irreducibilidad de polinomios sobre dominios de integridad (reducción módulo- p , Eisenstein, etc.). **Optativo:** Polígonos de Newton.
5. **Módulos:** Submódulos, cocientes y homomorfismos. Teoremas de isomorfía. Producto de módulos. Producto tensorial de módulos. Módulos sobre DIPs. Teorema de descomposición primaria. Formas canónicas de matrices, factores invariantes y divisores elementales. Estructura de los grupos abelianos finitamente generados.
6. **Anillos Noetherianos (Optativo):** Módulos Noetherianos. Anillos Noetherianos conmutativos. Teorema de la base de Hilbert.

Metodologías

El contenido del curso se ofrece en cátedras regulares, suplementadas con guías de ejercicios parcialmente resueltas durante ayudantías. En ambas instancias se presentan, a título de ejemplo, razonamientos rigurosos y elaborados de diversa índole. Tanto las guías de ejercicios como las evaluaciones del curso exigen del estudiante que presente demostraciones rigurosas de sus afirmaciones.

<i>Evaluación</i>
<p>Las evaluaciones serán 3 pruebas y 6 controles. Cada prueba vale un 25% de la nota final. El 25% restante se obtiene calculando el promedio de los 5 mejores controles.</p> <p>En este curso NO hay examen.</p> <p>Toda ausencia justificada (ya sea por salud mediante certificado médico presentado a Secretaría de Estudios o mediante informe de la DAEC para otras situaciones particulares, incluyendo salud mental) da lugar a la posibilidad de una evaluación recuperativa al final del semestre.</p>
<i>Requisitos de aprobación</i>
<p>Promedio final superior o igual a 4,0, calculado según la fórmula de más arriba.</p>
<i>Palabras Claves</i>
<p>Grupos abelianos, anillos, dominios de integridad, polinomios, módulos, matrices.</p>
<i>Bibliografía Obligatoria (No más de 5 textos)</i>
<p>Apuntes de Anillos y Módulos. Departamento de Matemáticas. Universidad de Chile. (Publicados en la plataforma U-Cursos)</p>
<i>Bibliografía Complementaria</i>
<p>D. S. Dummit, R. M. Foote. <i>Abstract Algebra</i>. Third edition. Wiley, 2004.</p>
<i>Recursos Web</i>
<p>N/A</p>