

## PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

### 1. Nombre de la actividad curricular

Variable Compleja

### 2. Nombre de la actividad curricular en inglés

Complex Variables

### 3. Unidad Académica:

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile

**Profesor Coordinador:** Sebastián Reyes Carocca

**Profesores Colaboradores:** No hay

### 4. Ámbito

Ámbito de Formación Matemática

Ámbito de Habilidades Fundamentales para la Investigación

Ámbito de Comunicación del Saber Disciplinario

**Nivel:** Séptimo Semestre

**Carácter:** Obligatorio

**Modalidad:** Presencial

**Requisitos:** MCLM520 Medida e Integración

### 4. Horas de trabajo

**Coordinador:**

**Colaboradores:**

presencial  
(directas)

4.5 horas

no presencial  
(indirectas)

9 horas

### 5. Tipo de créditos

SCT

(Corresponde al Sistema de Creditaje de diseño de la asignatura, de acuerdo a lo expuesto en la normativa de los planes de estudio en que esta

|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| se desarrolla.)                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| <b>5. Número de créditos SCT – Chile</b><br><br>10 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |  |
| <b>6. Requisitos</b>                               | <b>Medida e Integración</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |  |
| <b>7. Propósito general del curso</b>              | <p>El estudiante integra las competencias adquiridas en los cursos de Álgebra y Análisis de semestres precedentes para aplicarlas al estudio de las funciones de una variable compleja. Esto le permite visualizar las aplicaciones de su aprendizaje anterior y comprender el vocabulario asociado que deberá utilizar en sus aprendizajes posteriores en áreas que lo requieren, como Geometría Compleja o Análisis Complejo. Por último, el estudiante gana experiencia en el estudio independiente y presentación de matemáticas avanzadas.</p> <p>Para lograr esto, el contenido del curso se ofrece en cátedras regulares, suplementadas con guías de ejercicios parcialmente resueltas durante ayudantías. En ambas instancias se presentan, a título de ejemplo, razonamientos rigurosos y elaborados de diversa índole. Tanto las guías de ejercicios como las evaluaciones del curso exigen del estudiante que presente demostraciones rigurosas de sus afirmaciones. Por último, se exige que durante el semestre cada estudiante participe de la cátedra presentando parte del contenido del curso a sus compañeros</p> |  |

|                                                      |                                                                            |
|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
|                                                      |                                                                            |
| <b>8. Competencias a las que contribuye el curso</b> | FM 1, FM 2, FM3, HFI 3, CSD 1                                              |
| <b>9. Subcompetencias</b>                            | FM 1.1, FM 1.2, FM 2.1, FM 2.2, FM 3.2, HFI 3.1, HFI 3.2, CSD 1.1, CSD 1.2 |

## 10. Resultados de Aprendizaje

Redacta demostraciones, utilizando herramientas del análisis complejo, para asegurar la veracidad de afirmaciones que involucren diversos aspectos de las funciones de variable compleja.

Analiza las propiedades de funciones y series, utilizando diversos resultados de la teoría de funciones de variable compleja, con el fin de conocer su comportamiento desde un punto de vista algebraico, geométrico y analítico.

Aplica resultados de la teoría de funciones de variable compleja de forma pertinente y óptima para abordar problemas provenientes del álgebra, la geometría, la teoría de números u otras situaciones específicas.

Prepara y realiza presentaciones orales, exponiendo ideas, problemas y/o conjeturas, así como respondiendo a preguntas claramente, para demostrar su dominio de los contenidos del curso.

## Contenidos

Los números complejos y funciones de variable compleja. Definición de  $\mathbb{C}$ , coordenadas rectangulares y polares, norma en  $\mathbb{C}$ , límites y series complejas, esfera de Riemann. Funciones polinomiales, racionales, exponencial, trigonométricas, raíces y logaritmo.

Funciones holomorfas. Definición, ejemplos, propiedades, ecuaciones de Cauchy-Riemann, funciones armónicas y sus conjugadas.

Series de potencias. Radio de convergencia, definición de las funciones trigonométricas y exponenciales como series de potencias, fórmula de Cauchy-Hadamard para el radio de convergencia, comportamiento de una serie de potencia dentro del disco de convergencia, orden de un cero de una serie de potencia.

Integrales de contorno. Integrales de línea, primitiva, teorema de Goursat,

teorema de Cauchy, homotopía, índice de una curva cerrada, analiticidad y series de potencia, ceros, fórmula integral de Cauchy, cálculo de integrales por residuos, Teorema de Morera, Teorema de Liouville, Teorema fundamental del álgebra, principio del máximo, Lema de Schwarz.

Funciones meromorfas. Tipos de singularidades, singularidades aisladas, orden de un polo, residuo, expansión de Laurent. Unicidad de la prolongación analítica. Función Gamma y función zeta de Riemann.

Transformaciones conformes: Relación con funciones holomorfas.  
Transformaciones de Moebius en el plano. Transformación de círculos y rectas.  
Transformaciones conformes del disco unitario en sí mismo.

Opcional (a considerar para las charlas de estudiantes):

Aplicaciones del Teorema de Cauchy: Teorema de Jensen (sobre ceros dentro de un disco), principio del argumento, Teorema de Rouché, Teorema de la aplicación abierta.

Aplicaciones a Teoría de números. Productos infinitos, producto de Euler para función zeta. Productos de Weierstrass. Teorema de los números primos.

Aplicaciones a superficies de Riemann. Definición y funciones entre superficies de Riemann. Comportamiento local.

Aplicaciones a la física.

## **12. Metodología**

Clases expositivas, resolución de problemas, exposición por parte de los estudiantes

## **13. Evaluación**

Tres evaluaciones parciales y una nota de exposiciones.

## **14. Requisitos de aprobación:**

Nota final mayor o igual a 4.

## **15. Palabras Clave**

Números complejos, funciones holomorfas, funciones analíticas

## **16. Bibliografía Obligatoria (no más de 5 textos)**

Joseph Bak and Donald J. Newman, Complex Analysis, Springer, 3rd Edition, 2010.

Serge Lang, Complex Analysis, Fourth Edition, Springer-Verlag 103, 1999.

Item James W. Brown and Ruel V. Churchill, Complex Variables and Applications, Ninth Edition, McGraw-Hill, 2014

E. M. Stein y R. Shakarchi, Complex analysis, Princeton.

L. A. Ahlfors: Complex Analysis, McGraw-Hill.

### **15. Bibliografía Complementaria**

J. Conway: Functions of one complex variable, Springer.

### **16. Recursos web**

Hojas de ejercicios diseñadas por el profesor, Hojas de ejercicios para trabajo en ayudantía. El material estará disponible en u-cursos