## Programa de Curso

## Vicerrectoria de Asunios Acadé **P**rograma / Carrera de Licenciatura en Ciencias con mención en Física

#### **PROGRAMA**

#### 1. Nombre de la actividad curricular

Métodos de la Física Matemática II

### 2. Nombre de la actividad curricular en inglés

Methods of Mathematical Physics II

# 3. Unidad Académica / organismo de la unidad académica que lo desarrolla

Departamento de Física, Facultad de Ciencias

#### 4. Ámbito

Eje disciplinar

Eje instrumental

Eje actitudinal

5. Horas de trabajo	presencial	no presencial
6. Tipo de créditos		
7 SCT	4.5 h	7 h
7. Requisitos	Métodos de la Física Matemática I Programación y Métodos Numéricos	
8. Propósito general del curso	Conocer y aplicar técnicas matemáticas avanzadas para la resolución de problemas físicos, modelados por ecuaciones diferenciales con derivadas totales o parciales, adquiriendo una base sólida para enfrentar problemas de alta complejidad en sistemas electromagnéticos, ópticos o cuánticos, entre otros.	
9. Competencias a las que contribuye el curso	sus métodos de inves comprender los model experimentalmente pa entorno.  D2 Manifiesta dominio y del lenguaje técnico permiten expresar el co	del lenguaje matemático propio de la física, que onocimiento científico en nte comprensible para la

disciplina.

D3 Utiliza técnicas analíticas, experimentales o computacionales, para validar y desarrollar modelos físicos del entorno.

D4 Utiliza adecuadamente los modelos existentes para la descripción de los fenómenos naturales, comprendiendo los límites de aplicabilidad de cada modelo disponible e interpretando adecuadamente el alcance de sus predicciones.

- I1 Demuestra gran capacidad de abstracción, análisis y pensamiento lógico.
- 12 Comunica, de manera escrita y oral, conocimientos y resultados relacionados con la disciplina.
- A2 Se interesa por la comprensión de los fenómenos naturales, entendiendo que dicha comprensión conduce tanto a un mayor bienestar cultural como material.
- A4 Manifiesta un gran compromiso ético, comprendiendo que un alto estándar en este sentido es imprescindible para la construcción del conocimiento científico.

#### 10. Subcompetencias

- D1.4 Domina fundamentos disciplinares relativos a la formulación matemática de modelos físicos.
- D2.1 Domina el lenguaje matemático requerido para el ejercicio disciplinar.
- D2.2 Domina el vocabulario propio de la física requerido para el ejercicio disciplinar.
- D3.1 Utiliza técnicas analíticas requeridas por los modelos físicos para describir el entorno.
- D3.3 Utiliza técnicas computacionales requeridas por los modelos físicos para describir el entorno.
- D4.4 Maneja apropiadamente la formulación matemática de los modelos físicos, en consistencia con los supuestos y aproximaciones de dichos modelos.
- I1.1 Demuestra gran capacidad de abstracción.
- I1.2 Demuestra gran capacidad de análisis.
- I1.3 Demuestra gran capacidad de pensamiento

lógico.
I2.1 Comunica adecuadamente conocimientos y
regultados disciplinares por medios escritos

#### 11. Resultados de Aprendizaje

Adquiere una base suficiente y sólida en el análisis de modelos Físicos clásicos, expresados en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, y de la matemática que los sustenta, para la resolución de problemas de la disciplina.

Emplea metodológicas avanzadas en el marco de las ecuaciones diferenciales con el fin de enfrentar problemas en sistemas propios de la Física.

Determina la aproximación analítica adecuada desde los contenidos del curso para expresar de manera óptima la solución al problema físico que se le presenta.

#### 12. Saberes / contenidos

- 1. Espacio de funciones (16)
- 1.1. Definiciones
- 1.2. Sucesiones de funciones
- 1.3. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt
- 1.4. Coeficientes de Fourier
- 1.5. Integrales impropias (valor principal)
- 1.6. Convergencia según Cesáro
- 2. Series de Fourier (15)
- 3. Transformada de Fourier (10)
- 3.1. Definiciones
- 3.2. Ejemplos
- 3.3. Propiedades
- 3.4. Aplicaciones
- 4. Convolución (6)
- 4.1. Espacio S
- 4.2. Producto de convolución
- 4.3. El espacio S como anillo
- 5. Distribuciones temperadas (26)
- 5.1. Definiciones

- 5.2. Sucesión de distribuciones
- 5.3. Producto de distribuciones
- 5.4. Distribuciones y ecuaciones diferenciales
- 5.5. Convergencia débil
- 6. Distribuciones y transformada de Fourier (8)
- 7. Convolución de distribuciones (7)
- 7.1. Definiciones
- 7.2. Propiedades de la convolución de distribuciones
- 7.3. Uso de convolución en Física
- 7.4. Función de Green de un operador diferencial
- 8. La función Gamma (10)
- 8.1. La función factorial
- 8.2. La función Gamma
- 8.3. Función Beta
- 8.4. Notación doble factorial
- 8.5. Fórmula de Stirling
- 8.6. Otras funciones relacionadas
- 9. Transformada de Laplace (10)
- 9.1. Definición
- 9.2. Inversión de la transformada de Laplace
- 9.3. Propiedades de la transformada de Laplace
- 9.4. Lista de transformadas de Laplace
- 10. Aplicaciones de la transformada de Laplace (8)
- 10.1. Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes
- 10.2. Ecuaciones integrales
- 10.3. Ecuaciones en derivadas parciales
- 10.4. Sistema de ecuaciones lineales
- 11. Polinomios ortogonales (3)
- 11.1. Definiciones

11.2. Teoremas
11.3. Relación de recurrencia
12. Polinomios de Hermite (5)
12.1. Definición
12.2. Función generatriz
12.3. Ortogonalidad
12.4. Algunos resultados interesantes
12.5. Solución por serie de la ecuación de Hermite
13. Polinomios de Laguerre (5)
13.1. Definición
13.2. Función generatriz
13.3. Relaciones de recurrencia
13.4. Ecuación de Laguerre
13.5. Ortogonalidad
13.6. Polinomios asociados de Laguerre
14. El problema de Sturm-Liouville (5)
14.1. Operadores diferenciales autoadjuntos
14.2. Operadores autohermíticos
14.3. Problema de autovalores
14.4. Ejemplos de funciones ortogonales
15. Ecuaciones diferenciales con singularidades (9)
15.1. Puntos singulares
15.2. Solución por serie: método de Frobenius
15.3. Limitaciones del método. Teorema de Fuchs
15.4. Una segunda solución
16. Ecuaciones diferenciales del tipo (21)
16.1. Soluciones en puntos regulares
16.2. Soluciones en la vecindad de puntos singulares

- 16.3. Singularidades en infinito
- 16.4. Ejemplos
- 16.5. Ecuaciones con n  $\leq$  3 singularidades Fuchsianas
- 17. Funciones hipergeométricas (8)
- 17.1. La ecuación hipergeométrica general
- 17.2. Ecuación indicial
- 17.3. Ecuación diferencial de Gauss
- 17.4. La serie hipergeométrica
- 17.5. Ecuación hipergeométrica confluente
- 18. Polinomios de Legendre (22)
- 18.1. Función generatriz
- 18.2. Relaciones de recurrencia
- 18.3. Coeficientes del polinomio Pn(x)
- 18.4. Fórmula de Rodrigues
- 18.5. Ecuación diferencial de Legendre
- 18.6. Lugares nulos de Pn(x)
- 18.7. Relación de ortogonalidad
- 18.8. Expresiones integrales para Pn(x)
- 18.9. Serie de Legendre
- 18.10. Funciones asociadas de Legendre
- 18.11.Problema de Sturm-Liouville asociado
- 18.12.Armónicos esféricos
- 18.13. Segunda solución de la ecuación de Legendre
- 19. La ecuación diferencial de Bessel (12)
- 19.1. La ecuación diferencial de Bessel
- 19.2. Funciones de Bessel de índice no entero
- 19.3. Funciones de Bessel de índice entero
- 19.4. Comportamiento asintótico
- 19.5. Función generatriz

- 19.6. Fórmulas de adición
- 19.7. Representaciones integrales
- 19.8. Relaciones de recurrencia
- 19.9. Relaciones de ortogonalidad
- 19.10. Problema de Sturm-Liouville asociado
- 20. Diversos tipos de funciones cilíndricas (5)
- 20.1. Segunda solución de la ecuación de Bessel
- 20.2. Funciones de Hankel
- 21. Aplicaciones (22)
- 21.1. Coordenadas rectangulares
- 21.2. Coordenadas polares, dos dimensiones
- 21.3. Ecuación de Laplace en coordenadas esféricas
- 21.4. Ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas
- 21.5. Otras aplicaciones
- 21.6. Ecuación de difusión
- 21.7. Difusión con creación de partículas

#### 13. Metodología

#### Cátedra:

Exposición teórica participativa orientada a la solución de problemas, clases expositivas.

Interacción con los estudiantes a través de la resolución de problemas prácticos en cada tema, clases expositivas.

#### Ayudantía:

Desarrollo en base a ejemplos específicos que simplifican en los conceptos entregados en la cátedra.

Tareas periódicas que serán publicadas en la medida que progrese el curso. En general, uno o dos problemas por cada tema.

#### 14. Evaluación

6 pruebas de Cátedra de igual ponderación 15 % c/u

1 calificación generada de la ayudantía que se obtiene al promediar las tareas, con ponderación 10%

La calificación final se obtiene de estas siete evaluaciones en el caso de satisfacer el requisito

de aprobación. En caso contrario, se elimina la calificación de ayudantía, y se renormalizan los porcentajes anteriores.

Se espera que en cada una de estas evaluaciones el/la estudiante sea capaz de comprender la naturaleza del problema y así aplicar la aproximación analítica óptima.

#### 15. Requisitos de aprobación

El/ la estudiante deberá obtener un promedio en las notas de pruebas de cátedra mayor o igual a 4.0, en cuyo caso se considera la calificación de ayudantía, siempre que sea favorable.

#### 16. Palabras Clave

Ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales; Series de Fourier; Transformadas integrales (Fourier, Laplace, Hankel); Teoría de distribuciones; Función de Green; Sturm-Liouville; Funciones especiales; Funciones hipergeométricas y cilíndricas

#### 17. Bibliografía Obligatoria (no más de 5 textos)

V. Muñoz, J. Rogan, Apuntes de un curso de MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA II

#### 18. Bibliografía Complementaria

G. Arfken, H. Weber, Mathematical Methods for Physicists, 4th ed., Academic Press, 1995.

Además, en los apuntes del cursos se indica bibliografía complementaria al final de cada capítulo.

Son destacables los siguientes:

P. M. Morse and H. Feshbach, Methods of theoretical physics

Courant, Hilbert - Methods of Mathematical Physics

#### 19. Recursos web

Material publicado en U-Cursos