



## Programa de curso Licenciatura en Ciencias con Mención Matemáticas

### PROGRAMA DE CURSO

<b>Nombre de la Actividad Académica</b>	Topología y Geometría	
<b>Nombre de la Actividad Académica en inglés</b>	Topology and Geometry	
<b>Unidad Académica/organismo que lo desarrolla</b>	Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile	
<b>Ámbito</b>	Ámbito de Formación Matemática Ámbito de Habilidades Fundamentales para la Investigación Ámbito de Comunicación del Saber Disciplinario	
<b>Tipo de créditos</b>	Presencial	No Presencial
	5	4
<b>Número de créditos SCT – Chile</b>	9	
<b>Requisitos</b>	Espacios métricos y normados	
<b>Propósito General del curso</b>		
<p>El estudiante se familiariza con los fundamentos de la Geometría Diferencial y la Topología, los cuales están basados en el Cálculo/Análisis y el Álgebra aprendida en cursos precedentes. Estos fundamentos le permitirán comprender el vocabulario asociado que deberá utilizar en sus aprendizajes posteriores en los cursos de áreas que lo requieren, como Geometría Compleja/Algebraica o Sistemas Dinámicos. Al mismo tiempo, se familiariza con los razonamientos geométrico-topológicos y desarrolla la intuición geométrica.</p> <p>Para lograr todo esto, el contenido del curso se ofrece en cátedras regulares, suplementadas con guías de ejercicios parcialmente resueltas durante ayudantías. En ambas instancias se presentan, a título de ejemplo, razonamientos rigurosos de diversa índole. Tanto las guías de ejercicios como las evaluaciones del curso exigen del estudiante que presente demostraciones rigurosas de sus afirmaciones.</p>		
<b>Competencias del perfil de egreso a las que contribuye el curso</b>		



## Programa de curso Licenciatura en Ciencias con Mención Matemáticas

FM 1, FM 2, FM 3, HFI 3, CSD 1
<b>Competencias sello</b>
CS1, CS2, CS3
<b>Sub-competencias</b>
FM 1.1, FM 1.2, FM 2.1, FM 2.2, FM 3.1, FM 3.2, FM3.3, HFI 3.1, HFI 3.2, CSD 1.1, CSD 1.2

<b>Resultados de Aprendizaje</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <i>Redacta demostraciones, utilizando correctamente las herramientas de la topología y la geometría diferencial, para comprobar la veracidad de sus afirmaciones.</i></li> <li>2. <i>Analiza las propiedades de figuras geométricas, cualitativamente y cuantitativamente, utilizando correctamente las herramientas y los teoremas fundamentales, tanto de la topología como de la geometría diferencial, así como la intuición geométrica, con el fin de resolver problemas diversos.</i></li> <li>3. <i>Resuelve problemas concretos en contextos geométricos o geometrizable, aplicando teoremas clásicos de la teoría, para su posterior uso en problemas de diversas áreas de la Matemática.</i></li> </ol>
<b>Saberes/ Contenidos</b>
<i>(nombre de la unidad y temas en cada una)</i>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Topología básica:</b> Conjuntos abiertos y cerrados. Subespacios y espacios producto. Funciones continuas en espacios topológicos. Espacios de Hausdorff. Espacios conexos, cuasi-compactos y compactos. Espacios de identificación (espacios cocientes). Topología definida por una métrica. Topología de subconjuntos del espacio euclídeo.</li> <li>2. <b>Curvas.</b> Espacios arco-conexos y localmente arco-conexos. Curva de Peano. Curvas en <i>espacios euclídeos</i>. Curvas regulares y no regulares. Vector tangente de una curva regular. Largo de una curva. Curvas planas.</li> </ol>

Número de vueltas alrededor de un punto. Vector normal. Curvatura y círculo de curvatura. Número de vueltas del vector tangente de una curva regular de Jordan. **Optativos:** Desigualdad isoperimétrica. Evolutas e involutas. Vértices y arcos espirales. Teorema de los cuatro vértices. Curvas en el espacio tridimensional. Fórmulas de Frennet. Ecuaciones intrínsecas. Hélices.

3. **Variedades diferenciables.** Variedades topológicas. Mapas y cambio de parámetros. Atlas y estructura diferencial. Funciones diferenciables. Difeomorfismos. Subvariedades. Inmersiones e incrustaciones. Espacio tangente en un punto. Derivadas. Métricas Riemannianas e isometrías.
4. **Superficies en el espacio.** Métrica inducida por una incrustación. Área y orientación. Vector normal y la aplicación de Gauss. Segunda forma fundamental. Curvatura normal. Líneas de curvatura. Direcciones asintóticas. Indicatriz de Dupin. Direcciones conjugadas. Curvatura Gaussiana.
5. **Superficies Abstractas.** Símbolos de Christoffel. Teorema Egregium de Gauss. Geodésicas. Curvatura geodésica. Teorema de Gauss-Bonnet.  
**Optativos:** Teorema de clasificación de superficies compactas. Teorema de la curva de Jordan.

### **Metodologías**

El contenido del curso se ofrece en cátedras regulares, suplementadas con guías de ejercicios parcialmente resueltas durante ayudantías. En ambas instancias se presentan, a título de ejemplo, razonamientos rigurosos de diversa índole. Tanto las guías de ejercicios como las evaluaciones del curso exigen del estudiante que presente demostraciones rigurosas de sus afirmaciones.

### **Evaluación**

El curso se evalúa mediante tres pruebas (P1-3) y una nota de tareas (T).

El promedio se calcula mediante la fórmula:

$$\text{Prom} = (P1 + P2 + P3 + T) / 4$$

Los alumnos con un promedio 3.6-3.9 podrán acceder a un examen con nota de

aprobación Aprobado/reprobado. En caso de aprobar el exámen, la nota final será de 4.0. En cualquier otro caso, la nota final es el promedio (Prom).
<b>Requisitos de aprobación</b>
Nota final mayor o igual a 4.0.
<b>Palabras Claves</b>
Espacio topológico, curvas, variedades, superficies, curvatura, métrica Riemanniana, geodésicas.
<b>Bibliografía Obligatoria ( No más de 5 textos )</b>
<i>Apuntes del curso (Geometría y topología) a postear vía U-cursos.</i>
<b>Bibliografía Complementaria</b>
<i>Apuntes de los cursos de Geometría diferencial y Topología (versión 2023) a postear vía U-cursos.</i> <i>Do Carmo, Differential geometry of curves and surfaces, Prentice-Hall, 1976 ISBN: 0132125897.</i> <i>M. A. Armstrong, Basic Topology, Springer NY, 2010. ISBN: 0387908390.</i>
<b>Recursos Web</b>