

## PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

### 1. Nombre de la actividad curricular

Variable Compleja

### 2. Nombre de la actividad curricular en inglés

Complex Variables

**3. Unidad Académica:** Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Chile

**Profesor Coordinador:** Sebastián Reyes Carocca

**Profesores Colaboradores:** No hay

### 4. Ámbito

Ámbito de Formación Matemática

Ámbito de Habilidades Fundamentales para la Investigación

Ámbito de Comunicación del Saber Disciplinario

**Nivel:** Séptimo Semestre

**Carácter:** Obligatorio

**Modalidad:** Presencial

**Requisitos:** Análisis Real

### 4. Horas de trabajo

**Coordinador:**

**Colaboradores:**

presencial  
(directas)

3 horas

no presencial  
(indirectas)

6 horas

### 5. Tipo de créditos

4

4

|  |  |  |
|--|--|--|
| SCT  |  |  |
| (Corresponde al Sistema de Creditaje de diseño de la asignatura, de acuerdo a lo expuesto en la normativa de los planes de estudio en que esta se desarrolla.)   |  |  |
| <b>5. Número de créditos SCT – Chile</b>   |  |  |
| 8  |  |  |
| <b>6. Requisitos</b>   | <b>Análisis Real</b>   |  |
| <b>7. Propósito general del curso</b>  | Estudiar las funciones de variable compleja y sus propiedades más importante. Relacionar estos conceptos con los análogos al análisis real, integrando conceptos de álgebra, geometría y topología. Aplicar los conocimientos a problemas en otras áreas de la ciencia |  |
| <b>8. Competencias a las que contribuye el curso</b>   | FM 1, FM 2, FM3, HFI 3, CSD 1  |  |
| <b>9. Subcompetencias</b>  | FM 1.1, FM 1.2, FM 2.1, FM 2.2, FM 3.2, HFI 3.1, HFI 3.2, CSD 1.1, CSD 1.2   |  |
| <b>10. Resultados de Aprendizaje</b>   |  |  |
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ● Extiende funciones conocidas al dominio complejo.</li> <li>2. ● Conoce distintas maneras equivalentes de definir analiticidad .</li> <li>3. ● Conoce las propiedades básicas de las funciones armónicas, de sus conjugadas y el principio del máximo.</li> <li>4. ● Conoce transformaciones conformes.</li> <li>5. ● Conoce y trabajar con series de potencias.</li> <li>6. ● Comprende y trabajar con integrales de contorno, el teorema de Cauchy y el teorema del residuo.</li> </ol> |  |  |

7. ● Conoce aplicaciones de variable compleja a otras áreas de la Matemática (teorema fundamental del álgebra).
8. álgebra).
9. ● Entiende los distintos tipos de singularidades de funciones analíticas en un disco menos un punto.
10. ● Entiende los conceptos de homotopía y homología en el contexto del teorema de Cauchy.
11. ● Conoce la prolongación analítica y su aplicación a algunas funciones importantes.

## Contenidos

Los números complejos. Definición de  $\mathbb{C}$ , coordenadas rectangulares y polares, norma en  $\mathbb{C}$ , esfera de Riemann.

Funciones holomorfas. Definición, ejemplos, propiedades, ecuaciones de Cauchy-Riemann, funciones armónicas y sus conjugadas. Transformaciones conformes.

Series de Potencias. Radio de convergencia, definición de las funciones trigonométricas y exponenciales como series de potencias, fórmula de Cauchy-Hadamard para el radio de convergencia, comportamiento de una serie de potencias dentro del círculo de convergencia, holomorfía, orden de un cero de una serie de potencias, unicidad de la continuación analítica.

Integrales de contorno. Integrales de línea, primitiva, teorema de Goursat, teorema de Cauchy, homotopía, índice de una curva cerrada, analiticidad y series de potencia, ceros, teorema de Morera, teorema de Liouville, teorema fundamental del álgebra, principio del máximo.

Funciones meromorfas. Tipos de singularidades, orden de un polo, residuo, expansión de Laurent.

Aplicaciones del Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy, cálculo de integrales por residuos, teorema de Jensen, principio del argumento, teorema de

Rouché, teorema de la aplicación abierta.

Prolongación analítica: La función Gamma. La función  $\zeta$  de Riemann, producto de Euler.

Transformaciones conformes: Transformaciones de Moebius en el plano. Transformación de círculos y rectas, aplicación a problemas geométricos. Lema de Schwarz. Transformaciones conformes del disco unitario en sí mismo.

## 12. Metodología

Clases expositivas, resolución de problemas.

## 13. Evaluación

Pendiente

## 14. Requisitos de aprobación:

Pendiente

## 15. Palabras Clave

Números complejos, funciones holomorfas, funciones analíticas

## 16. Bibliografía Obligatoria (no más de 5 textos)

[E. M. Stein y R. Shakarchi: Complex analysis, Princeton.](#)

1. [L. A. Ahlfors: Complex Analysis, McGraw-Hill.](#)

## 15. Bibliografía Complementaria

J. Conway: Functions of one complex variable, Springer.

## 16. Recursos web

Hojas de ejercicios, u-cursos